

# LE POTENZIALITÀ DELL'E-LEARNING IN EDUCAZIONE MATEMATICA E IL RUOLO DELLA RICERCA

## THE POTENTIAL OF E-LEARNING IN MATHEMATICS EDUCATION AND THE ROLE OF RESEARCH

Pier Luigi Ferrari | Dipartimento di Scienze e Tecnologie Avanzate,  
Università degli Studi del Piemonte Orientale "A. Avogadro" |

✉ Pier Luigi Ferrari | Dipartimento di Scienze e Tecnologie Avanzate,  
Università degli Studi del Piemonte Orientale "A. Avogadro" |  
Viale T. Michel 11, 15121, Alessandria | pferrari@mfn.unipmn.it

**Sommario** Scopo di questo lavoro è mettere in luce le potenzialità dell'e-learning nell'insegnamento della matematica, combinando i risultati della ricerca in educazione matematica con quelli sull'uso educativo delle piattaforme. In questo quadro vengono illustrate alcune potenzialità della piattaforma Moodle per costruire percorsi di apprendimento flessibili, personalizzati, oltre che adeguati alle esigenze specifiche dell'educazione matematica.

**PAROLE CHIAVE** E-learning, Educazione matematica, Moodle, Ricerca.

**Abstract** The goal of this paper is to highlight the potential of e-learning for mathematics teaching by combining the results of research in mathematics education with those regarding the educational use of online platforms. Within this framework, a description is given of the opportunities that the Moodle platform provides for developing flexible learning paths which are both personalised and suitable for the specific needs of mathematics education.

**KEY-WORDS** E-learning, Mathematics education, Moodle, Research.

## INTRODUZIONE

L'e-learning sta assumendo un ruolo decisivo nell'educazione per le enormi opportunità che offre. La sua flessibilità consente di superare i limiti spaziali e temporali dell'insegnamento tradizionale, personalizzandolo e rendendolo più vicino alle esigenze cognitive e affettive degli allievi. Tali potenzialità assumono una rilevanza cruciale a partire dalla scuola secondaria di secondo grado, in cui l'impatto con le discipline e le loro specificità pone problemi di flessibilità e personalizzazione del processo educativo difficilmente risolvibili con gli strumenti classici. Il passaggio dalla scuola secondaria all'università è uno snodo particolarmente importante e da tempo problematico per il sistema italiano. Negli ultimi tempi sono emerse con forza l'esigenza di orientamento, volta a incentivare le iscrizioni a corsi di laurea scientifici, e contestualmente quella tesa a evitare la preoccupante dispersione degli studenti nel loro percorso universitario. Rispetto a queste esigenze la matematica, in quanto disciplina diffusa nei curricula e spesso collegata alle difficoltà, gioca un ruolo fondamentale.

Queste esigenze indicano una direzione di ricerca nuova, finalizzata a raccordare le potenzialità dell'e-learning con le caratteristiche disciplinari di quello che si vuole insegnare, in modo da utilizzare le tecnologie per intervenire su difficoltà di apprendimento non generiche, ma dipendenti da aspetti peculiari della matematica. Finora la ricerca sull'e-learning non si è occupata abbastanza di collegare l'uso delle piattaforme con le caratteristiche dell'insegnamento-apprendimento della matematica e, simmetricamente, la ricerca in educazione matematica ha poco tenuto conto delle potenzialità dell'e-learning. Questo è stato e continua a essere un grosso limite della ricerca in questo campo.

È quindi necessario mettere insieme i risultati della ricerca in educazione matematica con le potenzialità offerte dalle piattaforme, avendo ben presenti le caratteristiche della matematica, che è un sistema di conoscenze fortemente strutturato e sedimentato, che ha un rapporto con la realtà non banale e che fa uso di un linguaggio fortemente specializzato, con proprietà computazionali rilevanti, il quale gode di caratteristiche in parte diverse da quelle dei linguaggi usati quotidianamente. L'educazione matematica, da parte sua, ha una tradizione di ricerca consolidata, dovuta sia al ruolo formativo attribuito, con motivazioni diverse, alla matematica almeno dall'800, sia alle difficoltà di apprendimento da lungo tempo riconosciute e studiate. In passato si è ritenuto che la

tecnologia vincolasse le scelte pedagogiche e la stessa interpretazione della matematica, ad esempio privilegiando gli aspetti computazionali o quelli sintattici rispetto ai significati e al contesto, o modelli trasmissivi rispetto a quelli costruttivi, o il lavoro individuale rispetto a quello collaborativo. Con questo non voglio affermare che si trattasse di limiti intrinseci alla tecnologia di allora, ma che diversi utenti li abbiano considerati come tali. Questo potrebbe spiegare perché nelle ricerche in educazione matematica ancora oggi la tecnologia è spesso presente ma con ruoli ridotti, a volte marginali, quasi sempre subordinati alle esigenze dei quadri teorici, di conseguenza con sfruttamento insufficiente o distorto delle opportunità offerte. Inoltre, in relazione a quanto sopra, ma anche alle esigenze di produttività tipiche delle comunità scientifiche, vi è un predominio di ricerche puntuali, che mettono in gioco pochi soggetti per poco tempo, che usano in minima parte le possibilità offerte dalla tecnologia e su un solo argomento. È, al contrario, necessario uno sfruttamento più ampio e completo delle potenzialità offerte, tenendo conto che, a differenza del passato anche recente, oggi la tecnologia offre un'ampia gamma di opportunità e di scelte, che consentono di realizzare piani pedagogici di natura diversa.

## PIATTAFORME E APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA

Per prima cosa occorre essere consapevoli che apprendere matematica vuol dire anche interagire con un sistema di conoscenze non isolate, ma collegate tra loro in modi anche complessi. Per quanto questo possa sembrare ovvio, l'illusione di costruire conoscenza prescindendo da conoscenze precedenti e affidandosi quasi esclusivamente alla cosiddetta "mediazione didattica" è molto diffusa, specie in alcune linee di ricerca. Con questo non si vuole riproporre una visione della matematica centrata su contenuti e prerequisiti, ma soltanto tener presente la complessità della costruzione del sapere matematico. I percorsi di apprendimento non sono quasi mai obbligati, e possono essere disegnati in modi diversi, ma questo non significa che un qualunque concetto possa essere costruito indipendentemente da altri concetti.

Un'altra caratteristica della matematica è il fatto che dispone di un linguaggio altamente specializzato, finalizzato alla rappresentazione gerarchica di conoscenze e di algoritmi. Molte delle difficoltà in matematica possono essere collegate a difficoltà linguistiche e in tale quadro spiegate e superate (Ferrari, 2004).

La tradizione di ricerca in educazione matematica

ha portato alla costruzione di paradigmi teorici molto articolati, molti dei quali includono contributi presi da discipline diverse, oltre alla matematica stessa, quali psicologia, pedagogia, filosofia, sociologia e altre. Vi è comunque un vasto corpo di risultati che possono essere utilizzati per migliorare i metodi di insegnamento e per ridurre gli errori che si commettono nel progettare le unità di apprendimento, anche se la loro applicazione non è un problema banale.

Anche l'applicazione della tecnologia dell'informazione all'educazione matematica è tutt'altro che una questione semplice, ma richiede ancora molta ricerca per sfruttare al meglio le opportunità ed evitare inconvenienti. La ricerca in educazione matematica ha messo in luce che quadri di riferimento semplicistici, come quello per cui la semplice aggiunta di tecnologia alle pratiche di insegnamento usuali può garantire ottimi risultati, sono inadeguati. Prima di tutto, l'educazione matematica ha sottolineato che i risultati di apprendimento sono influenzati da fattori che appartengono ad almeno tre livelli distinti:

- il livello non cognitivo, che fa riferimento a convinzioni, emozioni e atteggiamenti, e a tutti gli aspetti affettivi, che molto spesso orientano decisioni e azioni del soggetto;
- il livello metacognitivo, che fa riferimento a come i soggetti governano i loro processi;
- il livello cognitivo, che fa riferimento all'acquisizione di idee e metodi caratteristici della disciplina, e in particolare agli ostacoli riconosciuti dalla ricerca e dalla pratica.

Le sperimentazioni svolte finora hanno mostrato in modo evidente che l'e-learning può essere rilevante a ciascuno di questi livelli, compreso quello non cognitivo. Vediamo alcuni aspetti.

#### **Aspetti non cognitivi**

La tecnologia in quanto tale diventa essa stessa l'oggetto di convinzioni profonde e genera emozioni e atteggiamenti rilevanti per l'apprendimento. Per questo ogni ricerca che aspiri a mettere insieme l'e-learning e la matematica deve tenerne conto. Da questo punto di vista le seguenti caratteristiche si sono rivelate importanti.

- La flessibilità temporale dell'e-learning consente ad alcuni soggetti di usarlo in orari in cui hanno più tempo a disposizione o sono più rilassati, con la possibilità di chiedere e ottenere aiuto da docenti e tutor. Questo vale per studenti che non possano accedere ai servizi di tutorato in presenza per ragioni pratiche (studenti lavoratori, ecc.).
- Diversi studenti usano il tutorato online con maggior naturalezza rispetto a quello in presenza. Il contatto online col docente per molti è infatti meno stressante di quello in presenza.

- In analogia al punto precedente, le attività che prevedono feedback automatico (come *Quiz*, *Lesson* e *Task* di Moodle) possono risultare meno stressanti e più piacevoli per gli studenti rispetto ad attività svolte in presenza con correzione da parte del docente o di un tutor.
- La disponibilità di uno spettro ampio di attività, differenziate per difficoltà, tipologia e argomento consente agli studenti di cominciare da quelle alla loro portata, riducendo le occasioni di frustrazione e aumentando il senso di autoefficacia.

Già da questi esempi emerge l'esigenza di progettare corsi che offrano un'ampia gamma di attività e servizi. Un'offerta troppo ristretta non sarebbe in grado di innescare tutti i processi virtuosi elencati sopra e risulterebbe inevitabilmente meno efficace.

Una piattaforma consente forme diverse di apprendimento collaborativo, attraverso attività come *Forum*, *Workshop* e *Wiki*. L'uso del modulo *Workshop* per realizzare giochi di ruolo in cui gli studenti si propongono vicendevolmente problemi, li risolvono e correggono le altrui soluzioni è stato discusso da Albano e Ferrari (2008) e Reggiani (2011). Anche lo strumento *Wiki* ha potenzialità in gran parte inesplorate e si presta ad attività di grande rilevanza sia dal punto di vista della collaborazione, sia da quello del linguaggio. In particolare la possibilità che un gruppo di studenti collabori online per preparare gli appunti di un modulo di corso potrebbe incidere positivamente su diversi aspetti quali:

- l'atteggiamento dei soggetti nei confronti del sapere matematico, che potrebbe essere inteso in senso meno statico e dogmatico;
- la comprensione dell'organizzazione concettuale della disciplina, grazie alla possibilità di progettare un testo avendo a disposizione una serie di risorse;
- l'atteggiamento dei soggetti nei confronti del linguaggio della matematica, che potrebbe diventare uno strumento attivo per ottenere prodotti che corrispondano a esigenze esplicite e condivise;
- la competenza linguistica.

#### **Aspetti metacognitivi**

Le difficoltà sul piano metacognitivo si rivelano in misura crescente ostacoli all'apprendimento, anche a livello universitario. Numerosi studenti incontrano difficoltà nell'organizzare il proprio lavoro a partire dalla pianificazione degli esami da sostenere nell'arco di un anno, per arrivare alla preparazione dei singoli esami e anche alla gestione delle prove orali e scritte. Questo corrisponde a limiti evidenti dei metodi di insegnamento e valutazione accademici, che raramente chiedono allo studente

qualcosa di diverso da esecuzioni passive e ripetizione di concetti anche maldigeriti. Solo in casi eccezionali agli studenti si richiede di produrre qualcosa in modo autonomo, come nel caso della preparazione di una tesi di laurea.

L'e-learning può offrire agli studenti occasioni per andare oltre l'apprendimento passivo. La possibilità di inserire prove di autovalutazione e di rendere accessibili diverse risorse e attività che lo studente può scegliere si presta a mettere a prova la sua consapevolezza metacognitiva e a stimolarne la capacità di organizzare il proprio percorso formativo. La piattaforma consente di mettere l'accento in misura maggiore o minore su questi aspetti. Le prove di autovalutazione possono essere a valutazione automatica (come nel caso dei quiz a risposta chiusa o numerica) o possono richiedere decisioni autonome dell'utente, come nel caso dei compiti. Allo stesso modo le attività formative possono essere determinate automaticamente, come nel caso del modulo *Lesson*, o attraverso specifici *Learning Object* (si veda Albano, 2011) oppure lasciate alla scelta dell'utente, come suggerito da Di Martino, Fiorentino e Zan (2011).

Queste due diverse modalità corrispondono a diversi modi di personalizzare l'insegnamento/apprendimento: delegare alla piattaforma la scelta del percorso ottimale per ciascun utente o affidare agli utenti stessi la responsabilità delle scelte. Entrambe le modalità presentano vantaggi e svantaggi, che vanno soppesati anche in base alle diverse esigenze dei diversi utenti, e devono comunque essere entrambe previste, indipendentemente dalla scuola di pensiero di appartenenza di chi progetta il corso.

Un'altra caratteristica delle piattaforme utilizzabile a questi scopi è la possibilità di mettere a disposizione degli studenti banche di dati (glossari, formulari, raccolte di problemi svolti, appunti sintetici, ecc.), in modo da mettere l'accento sulla loro capacità di esplorarli e utilizzarli piuttosto che sul loro apprendimento mnemonico. Anche questi usi sono stati discussi da Di Martino, Fiorentino e Zan (2011).

### Aspetti cognitivi

Sotto questo aspetto le potenzialità di una piattaforma sono svariate. In questo contributo vengono messi in luce soltanto un paio di aspetti, e precisamente le possibilità di svolgere attività di consolidamento a diversi livelli e le potenzialità sul piano semiotico. Molte di queste potenzialità sono proprie delle TIC in generale.

### Attività di consolidamento

Anche se la valenza delle attività di consolidamento è generalmente trascurata dalla ricerca contemporanea in educazione matematica, esse meritano

una certa attenzione in un progetto mirato a insegnare la matematica in quanto disciplina complessa che richiede di interiorizzare e 'oggettificare'<sup>1</sup> almeno in parte concetti e procedimenti, rendendone l'uso più rapido e meno costoso sul piano cognitivo. Una difficoltà che si riscontra in misura crescente negli studenti universitari della Facoltà di Scienze M.F.N. è la quantità esagerata di tempo e di attenzione che impiegano nello svolgere passaggi relativamente semplici e facilmente automatizzabili. La capacità di svolgere passaggi semplici senza dispendio di tempo ed energie preziose per molti soggetti richiede anche una quantità adeguata di attività di consolidamento. Il dispendio di energie in passaggi semplici molto spesso rende quasi impossibile la progettazione di una strategia risolutiva o anche soltanto l'esecuzione dei passaggi successivi.

Una piattaforma consente di creare e accumulare una grande mole di attività di consolidamento diversificate per difficoltà, per sottotemi, per tipologia e anche in base ai sistemi semiotici adottati. La scelta delle attività da svolgere può essere completamente lasciata all'utente o può essere orientata in modi diversi, anche in base a quanto discusso nella sezione "Aspetti metacognitivi". In tutti i casi gli utenti hanno la possibilità concreta di svolgere una buona quantità di attività mirate, in genere in misura e con efficacia maggiore di quelle che sarebbero state svolte in assenza della piattaforma. Questo mette in gioco anche gli aspetti non cognitivi, discussi in precedenza.

### Rappresentazioni

Il linguaggio si sta rivelando uno dei temi cruciali per la ricerca in educazione matematica. Da un lato, nelle classi con studenti provenienti da gruppi linguistici diversi sorgono problemi nuovi, dall'altro, un numero crescente di difficoltà in matematica ad ogni livello scolare - compreso quello universitario - possono essere attribuite al linguaggio. Un numero rilevante di studenti, ad esempio, mostra di non comprendere in modo adeguato un testo verbale scritto per quanto breve e semplice, o non è in grado di produrre un testo chiaro ed esauriente. Queste difficoltà hanno evidenti ripercussioni sull'apprendimento.

Le potenzialità rappresentative delle piattaforme consentono di lavorare utilizzando una pluralità di sistemi di segni (e.g., notazione algebrica, grafici, tabelle numeriche, testi verbali). Consentono in particolare la realizzazione di appunti, lezioni, quiz, compiti, glossari e altre risorse in cui i diversi sistemi semiotici vengono usati anche in modo combinato per arricchire l'offerta e renderla più adatta agli utenti. La ricerca in educazione

<sup>1</sup> Il processo di oggettificazione o reificazione è stato studiato in base a diverse impostazioni teoriche. Si vedano ad esempio i lavori di Dubinsky (1991; 2000), di Sfard (1991) e di Gray e Tall (1994).

matematica ha messo in luce le potenzialità cognitive dell'uso coordinato di più sistemi di segni. Questo aspetto è stato notevolmente approfondito da Duval (1995; 2000), che ha introdotto costruzioni rilevanti quali la conversione di rappresentazioni fra sistemi semiotici e il coordinamento di sistemi semiotici, e da Ferrari (2004). L'uso di rappresentazioni appropriate può sostenere la dialettica processo-oggetto e agevolare il superamento dei relativi ostacoli cognitivi.

## LE POTENZIALITÀ DELLE PIATTAFORME: ALCUNI ESEMPI

### Compiti

Ecco alcuni esempi delle funzionalità presenti in una piattaforma Moodle.

Il Compito utilizza la possibilità di chiedere agli studenti di produrre e sottomettere (in forme diverse, che possono andare dalla compilazione di testi online all'invio di documenti prodotti autonomamente) un documento in un intervallo di tempo fissato, con la possibilità per il docente di correggere il prodotto e di chiedere variazioni. Questa attività può essere usata anche per organizzare in modo diverso l'insegnamento. Il docente può mettere a disposizione materiali introduttivi su un argomento, proporre come compiti dei problemi (anche molto semplici) sul medesimo, in modo da forzare gli studenti a considerare i materiali disponibili. A questo punto la lezione che segue è rivolta a studenti che hanno già una certa conoscenza del tema, e il docente può concentrare il lavoro sui nodi concettuali fondamentali piuttosto che su parti puramente introduttive, nozionistiche o tecniche. In ogni caso ha il vantaggio di parlare a studenti che hanno già una qualche conoscenza del tema. I Compiti di Moodle consentono di tenere gli studenti in contatto attivo col corso (suggerendo quindi modelli di studio più efficaci di quelli usualmente adottati), fornendo materiali per la valutazione in itinere degli allievi. Così i comportamenti produttivi verrebbero forzati piuttosto che lasciati alla scelta degli studenti: questo a volte è necessario per combattere pratiche diffuse, quale quella di frequentare corsi senza dedicare tempo alla comprensione della materia, rinviando la preparazione dell'esame di molto.

Questa modalità comporta, inoltre, una discreta mole di lavoro per il docente o i tutori, che dovrebbero correggere i compiti sollecitamente, per non pregiudicare l'efficacia delle attività. Una soluzione parziale di questo problema potrebbe consistere nel proporre dopo la chiusura del compito, modelli di risposte appropriate (eventualmente più di uno, magari corredati da modelli di risposte sbagliate), chiedendo agli studenti di autovalutare il proprio prodotto.

### Quiz

Per i Quiz sono disponibili diversi formati, dalla risposta aperta alla risposta multipla. In una piattaforma i quiz potrebbero avere una funzione formativa e autovalutativa, oltre a quella classica di valutazione da parte di terzi. Sull'uso dei quiz in educazione c'è una grande quantità di lavori e di discussioni (Haeck *et al.*, 1997). La preparazione di un quiz richiede molta attenzione dal punto di vista della formulazione linguistica delle domande, della qualità dei distrattori e del controllo delle ricadute sgradite. I Quiz presentano alcuni dei vantaggi dei Compiti (contatto degli studenti col corso, scansione temporale, fine delle attività, ecc.) e inoltre, se sono a correzione automatica, non richiedono l'intervento in itinere del docente. Gli item a risposta multipla, o comunque chiusa, presentano diversi svantaggi: in molti casi verificano aspetti diversi rispetto ai corrispondenti a risposta aperta e possono avere ricadute negative verso la scuola, inducendo docenti e studenti a credere che l'apprendimento della matematica si riduca ad alcune nozioni.

### Lezione

L'attività Lezione consente di costruire percorsi articolati in cui vengono presentati dei contenuti, in formati diversi con la possibilità di inserire domande di verifica alla fine. In caso di superamento della verifica gli studenti sono indirizzati verso contenuti successivi, altrimenti possono essere indirizzati verso attività di recupero anche diversificate a seconda degli errori commessi, oppure invitati a rivedere i contenuti o a consultare un glossario o altri materiali di riferimento.

La lezione consente di progettare attività integrate di apprendimento la cui verifica può includere diversi livelli: la comprensione pura e semplice dei testi, quella dei contenuti, quella dei procedimenti e anche la consapevolezza metacognitiva su percorsi più lunghi. Tra gli svantaggi vanno inclusi alcuni comuni coi quiz e anche la difficoltà di progettare percorsi didattici veramente personalizzati.

## CONSIDERAZIONI FINALI

Ho cercato di dare un quadro sintetico delle opportunità offerte dalle piattaforme, in particolare Moodle, per migliorare l'insegnamento della matematica da diversi punti di vista. Lo sfruttamento di tali opportunità non è immediato né banale, ma richiede un grosso sforzo di ricerca. Sono necessarie sia ricerche puntuali per mettere a punto le singole attività e risorse, sia ricerche più ampie per valutare l'impatto sull'insegnamento di corsi complessi. Ribadisco ancora una volta due punti che ritengo di estrema importanza:

- l'offerta didattica deve essere ampia e mettere

- in gioco diverse risorse e attività; ha poco senso usare a regime solo uno o due moduli di una piattaforma;
- l'offerta didattica deve essere ragionevolmente aperta a usi diversi che incontrino esigenze diverse dell'utenza; ha poco senso usare le sole attività che corrispondono al quadro teorico a cui aderisce chi progetta il corso (ad esempio, solo attività di tipo cooperativo).
- Una conseguenza di questi punti è che anche le sperimentazioni devono essere fatte con campioni sufficientemente larghi e rappresentativi.

## BIBLIOGRAFIA

- Albano G. (2011). Trasposizione didattica in piattaforme di e-learning. *TD Tecnologie Didattiche*, 19 (3), questo numero.
- Albano G, Ferrari P.L. (2008). Integrating technology and research in mathematics education: the case of e-learning. In F.J. García Peñalvo (ed.). *Advances in E-Learning: Experiences and Methodologies*. Hershey, PA, USA: Information Science Reference (IGI Global), pp. 132-148.
- Di Martino P., Fiorentino G., Zan R. (2011). Il Progetto ELTP: dai test a scelta multipla ai percorsi individualizzati. *TD Tecnologie Didattiche*, 19 (3), questo numero.
- Dubinsky E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In Tall, D. (ed.). *Advanced Mathematical Thinking*. Dordrecht: Kluwer, pp. 95-123.
- Dubinsky E. (2000). Meaning and Formalism in Mathematics. In *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5 (3), pp. 211-240.
- Duval R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine*. Berna, CH: Peter Lang.
- Duval R. (2000). Ecriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 20 (2), pp. 135-169.
- Ferrari P.L. (2004). *Matematica e linguaggio. Quadro teorico e idee per la didattica*. Bologna: Pitagora.
- Gray E., Tall D. (1994). Duality, ambiguity and flexibility: a proceptual view of simple arithmetic. *The Journal for Research in Mathematics Education*, 26 (2), pp. 115-141.
- Haecck W., Yeld N., Conradie J., Robertson N., Shall A. (1997). A developmental approach to mathematics testing for university admissions and course placement. *Educational Studies in Mathematics*, 33, pp. 71-91, URL: <http://www.springerlink.com/content/r765814241748r75/fulltext.pdf> (ultima consultazione settembre 2011).
- Reggiani M. (2011). Collaborare online nella scuola superiore: compiti, ruoli, motivazioni. *TD Tecnologie Didattiche*, 19 (3), questo numero.
- Sfard A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, pp. 1-36.