

# IL PROGETTO ELTP: DAI TEST A SCELTA MULTIPLA AI PERCORSI INDIVIDUALIZZATI

## THE ELTP PROJECT: FROM MULTIPLE CHOICE TEST TO INDIVIDUALIZED LEARNING PATHS

Pietro Di Martino | Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Pisa | [dimartin@dm.unipi.it](mailto:dimartin@dm.unipi.it)

Giuseppe Fiorentino | Accademia Navale di Livorno | [giuseppe\\_fiorentino@marina.difesa.it](mailto:giuseppe_fiorentino@marina.difesa.it)

Rosetta Zan | Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Pisa | [zan@dm.unipi.it](mailto:zan@dm.unipi.it)

✉ **Pietro Di Martino** | Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Pisa  
Largo Pontecorvo 5, 56127, Pisa | [dimartin@dm.unipi.it](mailto:dimartin@dm.unipi.it)

**Sommario** In studi precedenti abbiamo sottolineato il ruolo che hanno nelle difficoltà in matematica, nel passaggio dalla scuola superiore all'università, carenze metacognitive e atteggiamenti negativi verso la matematica. All'interno di questo quadro teorico abbiamo sviluppato il progetto E-Learning Transition Project (ELTP), che intende supportare gli studenti nel delicato passaggio scuola superiore - università, accompagnandoli in un percorso di auto-valutazione e consolidamento delle loro conoscenze matematiche. In questo lavoro descriviamo obiettivi e scelte di questo percorso, che vuole intervenire anche sulle carenze metacognitive e gli atteggiamenti negativi verso la matematica e il suo studio, per favorire un approccio produttivo alla matematica dei corsi universitari, caratterizzato in particolare da autonomia nell'apprendimento.

**PAROLE CHIAVE** E-learning, Difficoltà in matematica, Raccordo scuola superiore-università, Atteggiamento nei confronti della matematica, Metacognizione.

**Abstract** In previous studies we highlighted the role that metacognitive deficiencies and negative attitudes play in students' difficulties in mathematics during the transition from secondary to tertiary level. This work served as a theoretical basis for an e-learning project - ELTP (E-Learning Transition Project) - aimed at assisting students to self-assess and consolidate their mathematic knowledge as they face tertiary transition. In this paper we describe the goals and choices underlying this learning path, which also addressed metacognitive deficiencies and negative attitudes towards mathematics and its study. The aim is to help university students approach mathematics in a more productive way so that they can become autonomous learners.

**KEY-WORDS** E-learning, Difficulties in mathematics, Tertiary transition, Attitude towards Mathematics, Metacognition.

## INTRODUZIONE

Il passaggio dalla scuola superiore all'università è problematico per molti studenti, tanto da poter essere considerato una delle cause della cosiddetta *mortalità universitaria*. In particolare, nei corsi di laurea delle Facoltà di Scienze hanno un ruolo importante le difficoltà incontrate nei corsi di matematica (Accascina *et al.*, 1998; Anzellotti, 2002; Ferrari, 2005), che suggeriscono l'esistenza di un fenomeno specifico di "mortalità matematica" (Zan, 1997). Anche a livello internazionale, del resto, l'importanza di difficoltà legate alla matematica nel passaggio dalla scuola superiore all'università è ormai riconosciuta sia da matematici che da educatori (De Guzmán *et al.*, 1998; Gueudet, 2008). Molti autori concordano sulla necessità di sviluppare nuove modalità di pensiero e di passare, in particolare, da un pensiero matematico elementare ad uno avanzato, passaggio che comporta un'importante evoluzione: *"that from describing to defining, from convincing to proving in a logical manner based on definitions"* (Tall, 1991: p. 20). De Guzmán *et al.* (1998) sottolineano anche l'importanza che gli studenti acquisiscano autonomia nell'apprendimento, dato che molti di loro arrivano all'università senza sapere come prendere appunti, come leggere un testo, come pianificare lo studio, come studiare. Sono, quindi, sempre più numerosi gli interventi finalizzati ad aiutare gli studenti a superare le difficoltà in matematica tipiche del raccordo: comunemente tali interventi partono dal presupposto che le difficoltà siano riconducibili essenzialmente alla scarsa preparazione di base delle matricole, ovvero a mancanza di conoscenze. Altri aspetti come le competenze metacognitive, quelle linguistiche, e i fattori affettivi, per i quali la recente ricerca in educazione matematica ha evidenziato il ruolo nelle difficoltà in matematica, sono però raramente presi in considerazione.

Le competenze metacognitive, il cui studio in educazione matematica è nato nel contesto del problem solving (Schoenfeld, 1987), tendono a migliorare col passare dell'età, ma a volte il loro sviluppo appare comunque inadeguato. Nonostante ciò, sia nella pratica didattica che nella ricerca sono piuttosto rari gli interventi finalizzati a sviluppare consapevolezza e autoregolazione, soprattutto a livello universitario. Da alcuni interventi di questo tipo (Garofalo, Kroll e Lester, 1987; Zan, 1996) emergono, in particolare, due aspetti: da una parte il ruolo cruciale dell'insegnante come monitor esterno, facilitatore dello sviluppo metacognitivo degli studenti e modello di

della competenza percepita. Infatti, la ricerca enfatizza il legame fra l'autoregolazione e i fattori affettivi: questi ultimi, in particolare "l'atteggiamento negativo" verso la matematica, sono spesso chiamati in causa - anche nella pratica didattica - per spiegare comportamenti perdenti in matematica quali risposte date a caso o rifiuto di rispondere. In un recente studio sulla caratterizzazione dell'atteggiamento nei confronti della matematica (Di Martino e Zan, 2010), basato sull'analisi di temi autobiografici, abbiamo proposto un modello di atteggiamento che include tre dimensioni: la disposizione emozionale verso la matematica, la visione della matematica, la competenza percepita. Lo studio ha evidenziato la presenza di un profilo ricorrente nelle storie di difficoltà: una disposizione emozionale negativa associata a una visione epistemologicamente scorretta della matematica e a una bassa competenza percepita. Questo tipo di atteggiamento verso la matematica sembra essere tipico di molti studenti universitari che vedono la matematica come una disciplina ridotta a regole da memorizzare e applicare a esercizi ripetitivi, ritengono di avere una bassa competenza in matematica e hanno una disposizione emozionale negativa verso la disciplina, che, a volte, sfocia in paura, se non addirittura nel rifiuto di confrontarsi con essa.

All'interno di questo quadro teorico sono state realizzate all'Università di Pisa alcune esperienze di raccordo dedicate alla matematica (Di Martino e Maracci, 2007; 2009), rivolte sia alle matricole che a studenti degli ultimi anni della scuola superiore. I corsi hanno condiviso una metodologia che privilegia problemi ad esercizi, promuove la discussione tra gli studenti, lascia tempo per riflettere, presta attenzione ai processi e non ignora (né tanto meno censura) processi o prodotti scorretti. Tale metodologia è stata pensata per dare responsabilità agli studenti e, allo stesso tempo, intervenire in maniera costruttiva e mirata sul senso di auto-efficacia in matematica. La progettazione di queste esperienze ha prodotto, tra le altre cose, del materiale strutturato su cui far lavorare gli studenti<sup>1</sup>.

Le esperienze di cui sopra, seppur molto apprezzate dagli studenti, hanno alcuni limiti strutturali: sono molto limitate nel tempo e coinvolgono un numero piuttosto elevato di studenti, non permettendo quella personalizzazione del percorso che appare invece necessaria ai fini di un lavoro efficace e duraturo sul senso di competenza percepita e sul rendere lo studente responsabile del proprio apprendimento.

D'altra parte appare piuttosto difficile, con una modalità di percorso tradizionale, in presenza, conciliare personalizzazione del percorso e grandi numeri di studenti.

<sup>1</sup> Il materiale comprende anche esercizi e problemi elaborati da Pier Luigi Ferrari per i precorsi di matematica della Facoltà di Scienze dell'Università del Piemonte Orientale (Ferrari, 2005).

di comportamento metacognitivo, dall'altra la profonda relazione fra lo sviluppo di abilità metacognitive e la crescita

È in questa ottica che nasce - all'interno del Progetto PRIN 2007 dell'Unità di Pisa<sup>2</sup> - l'idea di progettare e creare, sulla base degli studi teorici descritti e della tradizione di esperienze maturata negli anni, un percorso in modalità e-learning che permetta di gestire grandi numeri e di personalizzare l'apprendimento sulle scelte del singolo studente, andando anche incontro all'esigenza di rendere il percorso utilizzabile nei tempi e nei modi che lo studente stesso ritiene più adeguati. La descrizione di tale percorso, chiamato ELTP (E-Learning Transition Project) e delle scelte alla base della sua progettazione sono il focus di questo contributo.

### L'ELTP: OLTRE LE CONOSCENZE NECESSARIE

Il primo *mattoncino* per la costruzione di un percorso di raccordo, come si configura l'ELTP, è quello di individuare le conoscenze matematiche su cui si intende lavorare. Per questo aspetto ci siamo appoggiati ai documenti prodotti dalla Conferenza Nazionale dei Presidi delle Facoltà di Scienze e Tecnologie per l'accesso a corsi di laurea scientifici a partire dal 2008-09. In tale anno per la prima volta la maggior parte delle Facoltà di Scienze italiane hanno concordato di procedere con un test nazionale di ingresso sulle conoscenze matematiche di base da sottoporre a tutte le matricole<sup>3</sup>.

L'introduzione del test è stata affiancata da un importante documento introduttivo sulle finalità dello stesso<sup>4</sup> e da un Syllabus delle conoscenze richieste all'ingresso universitario per i corsi di laurea di tipo scientifico. Nell'ultima versione di tale Syllabus gli argomenti sono divisi in 7 grandi categorie: numeri; algebra; geometria; funzioni, grafici e relazioni; combinatoria e probabilità; logica e linguaggio; modellizzazione.

L'impegno della Conferenza dei Presidi di Scienze nell'affrontare in modo propositivo il problema delle difficoltà che gli studenti dimostrano nel passaggio scuola superiore-università segna una svolta importante, i cui risultati probabilmente si vedranno nel giro di qualche anno. Il test, in particolare, è sicuramente un'occasione per accendere i riflettori sul problema dell'adeguata preparazione all'ingresso universitario degli studenti. Ci è sembrato, dunque, naturale cogliere quest'occasione per coinvolgere studenti e insegnanti di scuola superiore (particolarmente motivati dalla prospettiva del test) in un percorso specificatamente dedicato alle problematiche del raccordo. L'ELTP, quindi, è costruito intorno alle domande rese pubbliche del test *Linguaggio matematico di base e modellizzazione*, e assume come conoscenze di base di riferimento quelle individuate nel Syllabus.

Le premesse teoriche che abbiamo sintetizzato nel paragrafo introduttivo ci portano a ritenere che la sola indicazione delle "conoscenze necessarie" non sia sufficiente per aiutare gli studenti nella de-

licata fase del passaggio scuola superiore - università, e comportamenti, addirittura, il rischio di una preparazione al test, piuttosto che di una preparazione all'università. Un ulteriore rischio ci pare derivi dal fatto che il test prevede risposte a scelta multipla e non penalizza le risposte scorrette (incentivando così la tentazione di rispondere a caso): questo può favorire negli studenti la convinzione che in matematica i prodotti siano più importanti dei processi, consolidando in definitiva quella visione distorta della disciplina che, a nostro parere, ha un ruolo importante nelle difficoltà del raccordo. L'ELTP utilizza, quindi, le domande dei test come contesto su cui costruire percorsi personalizzati, in cui l'attenzione si allarga dalle conoscenze e competenze disciplinari ad aspetti più trasversali quali quelli metacognitivi e affettivi. La modalità e-learning permette di pianificare l'individualizzazione del percorso interattivo a monte, in modo tale che sia il sistema a gestirla una volta messo a conoscenza delle scelte e delle risposte del singolo utente. Nel prossimo paragrafo spiegheremo il perché della scelta della particolare piattaforma usata: Moodle.

### L'ELTP: PERCHÉ MOODLE?

Il motivo principale della scelta di sviluppare l'ELTP su Moodle è la flessibilità offerta da questo tipo di piattaforma, flessibilità fondamentale per la costruzione di percorsi didattici che possano offrire un'ampia gamma di modalità di apprendimento senza forzarne alcuna.

L'ELTP valorizza, in particolare, l'aspetto *modulare* di Moodle: la possibilità di creare un ambiente didattico in cui lo studente trovi contenuti matematici e diversi strumenti di apprendimento con i quali forgiare autonomamente il proprio percorso formativo.

Nella progettazione dell'ELTP abbiamo usato molti degli strumenti offerti da Moodle: dalle semplici dispense, ai glossari, dai quiz alle lezioni interattive, ognuno dei quali pensato come funzionale ad una determinata necessità didattica.

- Le *dispense* forniscono un richiamo sistematico delle conoscenze di base e alcuni suggerimenti bibliografici per eventuali necessità di approfondimento individuale. Sono organizzate in e-book suddivisi per argomenti: in questo modo è possibile favorirne un rapido accesso tramite link mirati da tutte le altre risorse (lezioni, quiz, glossari). I contenuti degli e-book sono personalizzabili con annotazioni ed evidenziazioni. È possibile ottenere una versione stampabile delle dispense per consultazioni *offline*.

2 "Sviluppare abilità metacognitive e superare atteggiamenti negativi in matematica con l'e-learning: dall'analisi delle potenzialità specifiche delle piattaforme rispetto a tali aspetti alla progettazione e sperimentazione di percorsi".

3 Il test è, ad oggi, composto da 25 domande di matematica a risposta chiusa, ognuna con 4 alternative.

4 Tale documento è reperibile all'URL: <http://www.testingressoscienze.org> (ultima consultazione agosto 2011).

- I *glossari*, le cui voci sono automaticamente linkate da tutte le altre parti del sito, forniscono un richiamo conciso ed efficace di tutti i termini del lessico matematico argomento del test d'ingresso. Da ogni voce ulteriori link puntano alle pagine degli e-book creando in questo modo una fitta rete di connessioni semantiche che consente di accedere velocemente a qualsiasi argomento delle conoscenze di base richieste.
- I *quiz*, costituiti per lo più dalle domande presenti nei test d'ingresso degli anni passati (la parte resa pubblica), rappresentano probabilmente l'attrattore principale per l'utente tipo della piattaforma. L'ELTP usa i quiz sia per l'autovalutazione che come occasione di apprendimento e permette di affrontarli in tre versioni differenti:
  - Test per argomento*: sono raccolti in un repository dell'ELTP tutti i quiz della piattaforma suddivisi per argomento. Scegliendo questa modalità l'utente accede ad una selezione scelta a caso delle domande disponibili (in questo modo eventuali nuovi tentativi saranno sempre diversi) e, provando alcuni quiz inerenti l'argomento selezionato, può valutare la propria preparazione sullo stesso. Per ciascuna risposta, corretta o errata, l'ELTP restituisce un breve feedback e punta in modo mirato alle risorse didattiche (glossari ed e-book) argomento della domanda.

b) *Test completo*: quiz che riproducono interamente i test d'ingresso delle passate edizioni. Questa modalità prevede la possibilità di registrare un tentativo e terminarlo in un secondo momento (il timer che appare in alto a sinistra dello schermo e che scandisce il tempo rimanente per completare la prova riparte in questo caso dal momento in cui si è salvato il tentativo) e alla fine restituisce all'utente un feedback finale con il punteggio e l'indicazione delle risposte corrette e sbagliate.

c) *Test completo a risposta aperta*: quiz che riproducono interamente i test d'ingresso delle passate edizioni ma senza dare le alternative. Moodle permette di gestire risposte aperte (e la gestione è semplice nel caso di risposte numeriche). Questa modalità vuole favorire lo spostamento dell'attenzione sulla risoluzione del quesito piuttosto che sulla selezione dell'alternativa giusta (e quindi va nella direzione di "andare oltre" la preparazione al test d'ingresso).

- Le *lezioni* sono lo strumento di Moodle che consente la creazione di percorsi didattici che si modellano in base alle scelte e, dunque, alle necessità dell'utente. A ciascuna pagina di testo è possibile, infatti, associare una domanda a risposta multipla e, quindi, avviare un percorso differenziato in funzione della risposta data. Percorso differenziato che potrà dipendere dalla correttezza o meno della risposta, ma anche dalla volontà esplicitata da parte dell'utente di seguire un'alternativa anziché un'altra. Questo è ovviamente anche un modo di dare responsabilità allo studente nella costruzione del proprio percorso: responsabilizzazione che è uno degli obiettivi primari del Progetto.

Nel prossimo paragrafo descriveremo come gli strumenti di Moodle siano stati modellati e sfruttati per la costruzione dell'ELTP: entreranno, dunque, nelle decisioni più specifiche legate agli obiettivi del percorso costruito, ai contenuti e all'organizzazione degli stessi.

## L'E-LEARNING TRANSITION PROJECT

La schermata iniziale, come si vede in figura 1, è fondamentalmente suddivisa in tre parti.

La parte in alto della schermata racchiude le informazioni inerenti alla piattaforma e al test: oltre alle indicazioni per l'attivazione dell'account e il link al forum del percorso, sono raccolte le informazioni di carattere generale riguardanti il test nazionale. In particolare, sono messi a disposizione tutti i materiali esistenti in rete sul test: le modalità di svolgimento del test e la sua valenza, il Syllabus della Conferenza dei Presidi di Scienze e i testi dei quiz resi pubblici. Nella parte centrale della schermata sono contenute otto lezioni-Moodle, ognuna

**Indice degli argomenti**

**Informazioni generali**  
I testi dei quiz e il Syllabus di Matematica di Base sono tratti dal sito della Conferenza dei Presidi di Scienze. La rielaborazione didattica ed informatica è a cura di Pietro Di Martino, Giuseppe Fiorentino e Rosetta Zan del Gruppo di Ricerca PRIN 2007 H75ZXT dell'Unità di Pisa.

- Forum generale
- Glossario
- Attiva il tuo account!
- Syllabus di Matematica di Base
- Materiali dal sito del Test di ingresso
- Quiz dal Syllabus di Matematica di Base (44 Domande)

1	Numeri	<input type="checkbox"/>
2	Algebra	<input type="checkbox"/>
3	Geometria	<input type="checkbox"/>
4	Funzioni e Grafici	<input type="checkbox"/>
5	Insiemi	<input type="checkbox"/>
6	Combinatoria e Probabilità elementare	<input type="checkbox"/>
7	Elementi di Logica	<input type="checkbox"/>
8	Modellizzazione matematica	<input type="checkbox"/>
9	Prova il Test!	<input type="checkbox"/>

Quiz di esempio di Matematica di Base (25 Domande - 90 minuti)  
 Quiz di Matematica di Base A.A. 2008-09 (25 Domande - 90 minuti)  
 Quiz di Matematica di Base A.A. 2010-11 (20 Domande - 70 minuti)

Figura 1. La schermata iniziale della piattaforma.

delle quali incentrata su un determinato macro-contenuto matematico tra quelli presenti nel Syllabus, con l'aggiunta del capitolo "Insiemi"<sup>5</sup>. Questa parte è la più innovativa dell'ELTP e verrà analizzata più in dettaglio nel seguito. Nella parte finale della schermata è presente l'attività "Prova il Test!", in cui sono raccolti, ed è possibile provare con le modalità descritte nel paragrafo precedente, i tre quiz resi finora pubblici dalla Conferenza dei Presidi di Scienze.

Uno degli obiettivi primari dell'ELTP, che, ricordiamo, nasce come strumento di auto-valutazione e auto-preparazione, è quello di rendere lo studente protagonista attivo del proprio percorso, responsabilizzandolo nelle varie decisioni intermedie e, di volta in volta, nella valutazione della propria preparazione. Questo il percorso è sì progettato in modo che sia possibile una fruizione *a scorrimento* - dall'alto in basso - delle attività (leggendo prima le informazioni di carattere generale, poi preparandosi e auto-valutandosi argomento per argomento con quiz interattivi e infine auto-valutandosi con un test standard completo), ma, proprio per responsabilizzare fin dalle scelte iniziali lo studente nella costruzione della propria preparazione, è lasciata a lui la possibilità di organizzarsi il percorso nella maniera che ritiene più adatta (per esempio, indirizzarsi verso le attività riguardanti gli argomenti ritenuti più ostici, oppure provare inizialmente un test integrale e poi decidere il percorso in base alla valutazione ottenuta o alla tipologia di domande che hanno messo maggiormente in difficoltà). Sottolineiamo che questa libertà di costruire il percorso e adattarlo alle proprie esigenze è una nostra scelta coerente con gli obiettivi dell'ELTP: Moodle consentirebbe di forzare un percorso, inibendo delle attività fino a che non siano terminate attività precedenti.

Se la macro-organizzazione del percorso permette una prima scelta all'utente, la personalizzazione più puntuale avviene a livello delle lezioni-argomento che, come detto, costituiscono certamente la parte centrale e più innovativa dell'ETLP. Il format di queste lezioni è identico per ogni macro-argomento: riportiamo, in figura 2, a titolo esemplificativo, il caso del macro-argomento "Numeri".

Ogni lezione offre tre tipologie di risorse distinte:

- La risorsa "E-book" fornisce spiegazioni sintetiche sull'argomento in questione e permette, attraverso le definizioni presenti, di formare un

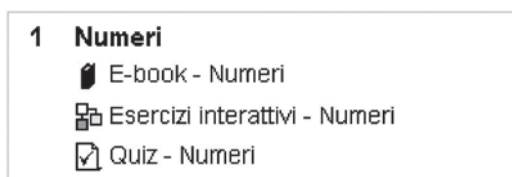


Figura 2. La sezione Numeri.

glossario i cui termini sono linkati automaticamente da Moodle, ovunque compaiano. La costruzione del glossario, l'organizzazione del materiale con riferimenti bibliografici per approfondimenti e la scelta di sottolineare gli aspetti concettuali più che quelli procedurali nelle spiegazioni sono tutte scelte atte a favorire una visione relazionale della matematica.

- La risorsa "Esercizi interattivi" è una raccolta di quiz a scelta multipla utilizzati nei test ufficiali, su cui però è stato costruito un percorso a partire dall'eventuale risposta sbagliata. Descriveremo nel dettaglio questa risorsa mostrando un esempio.
- La risorsa "Quiz macro-argomento" è la raccolta di tutte le domande - rese pubbliche - utilizzate nei test ufficiali relative ad un determinato macro-argomento. Questa risorsa permette di provare la propria preparazione sullo specifico argomento: il sistema indica, al termine di ogni tentativo, solo il punteggio ottenuto con l'indicazione delle risposte corrette e sbagliate.

Anche all'interno delle lezioni è riprodotta, con lo stesso obiettivo di favorire la responsabilizzazione, la filosofia descritta in precedenza: ovvero l'utente può personalizzare il proprio percorso scegliendo di volta in volta se utilizzare una risorsa e quando utilizzarla.

Ma la risorsa su cui le scelte dell'utente sono più determinanti per la costruzione del proprio percorso e sulla quale abbiamo investito la maggior parte del lavoro di progettazione dell'ELTP è quella costituita dagli "Esercizi interattivi".

Scegliendo la risorsa "Esercizi interattivi" la prima schermata, come mostrato in figura 3 nel caso della sezione "Numeri", mostra un breve riassunto del testo dei quiz presenti.

5 Nel Syllabus è presente una nota che indica come il linguaggio degli insiemi sia considerato un pre-requisito per tutti gli argomenti.

**Benvenuto agli esercizi interattivi sui numeri.**

Ci sono 9 esercizi di preparazione, scegline uno oppure esci se preferisci cambiare sessione. Alla fine di ogni esercizio tornerai sempre a questa pagina e così potrai provare anche gli altri.

1. Una freccia indica un punto sulla retta numerata. Si chiede quanto vale il numero indicato dalla freccia.
2. Un lavoratore deve assemblare 147 PC e ne ha finora completati 47. Quale è lo stadio di avanzamento del suo lavoro?
3. Un CD è costato 13 euro grazie ad uno sconto del 20%. Quale sarebbe stato il prezzo in euro senza lo sconto?
4. Dati 5 numeri distinti si chiede quale di essi è compreso tra 3 e 4.
5. Scrivendo per esteso il numero decimale  $17,3 \cdot 10^{-5}$ , quale cifra si trova al quarto posto dopo la virgola?
6. Un'agenzia di viaggi adotta la seguente modalità di pagamento: si paga un decimo del costo totale al momento della prenotazione, i due terzi del rimanente prima della partenza e il saldo al rientro dal viaggio. Quale frazione del costo totale si paga al rientro dal viaggio?
7. Calcolare il valore di un'espressione numerica con le frazioni.
8. Individuare tra 4 numeri (espressi in forma decimale, sotto forma di frazione, come radicali) quale è il più grande.
9. Siano  $a$  e  $b$  due numeri naturali tali che 9 è un divisore di  $a \cdot b$ . Una sola delle affermazioni seguenti è corretta. Quale?



Figura 3. Quiz interattivi Numeri - Schermata iniziale.

Già a questo punto l'utente può fare scelte diverse sia sulla quantità di quiz da affrontare - tutti oppure solo un sottoinsieme di quelli proposti - che sull'ordine di scelta dei quiz da affrontare: si può seguire semplicemente l'ordine progressivo oppure effettuare la scelta in base a valutazioni di tipo metacognitivo (per esempio, valutando le conoscenze in gioco e le convinzioni su di sé rispetto a tali conoscenze) e dunque decidere di iniziare da quelli su cui ci si sente più sicuri o viceversa affrontare subito quelli che si pensa possano mettere maggiormente in difficoltà. Ci si aspetta che ad un certo punto di confidenza con la piattaforma, comincino a prevalere scelte che si basano proprio su valutazioni di tipo metacognitivo, anche per considerazioni sull'efficacia di ciò che si fa.

Una volta scelto il quiz da affrontare (supponiamo l'utente abbia scelto il quiz n. 3 nella schermata di figura 3) appare il testo originale del quiz con le quattro alternative (Figura 4).

Un CD è costato 13 euro grazie ad uno sconto del 20%. Quale sarebbe stato il prezzo in euro senza lo sconto?

15,60 euro

15 euro

16,25 euro

10,40 euro

Scegli una risposta.

Figura 4. Quiz n.3 Numeri.

#### Risposta corretta.

Il prezzo di 13 euro è l'80% del prezzo iniziale  $x$ , infatti è il risultato di uno sconto del 20% di  $x$  dal prezzo iniziale  $x$ , ovvero:

$$13 = x - \frac{20}{100}x = \frac{80}{100}x$$

Quindi:

$$x = \frac{100}{80} \cdot 13 = \frac{65}{4} = 16,25$$

NOTA: a questo punto anche senza fare i conti con la virgola (non difficili) una volta trovato sessantacinque quarti si poteva osservare che era un numero maggiore di 16 e quindi concludere 16,25 (l'unica alternativa maggiore di 16). Il grosso dei conti era comunque evitabile osservando che:

$$\frac{65}{4} = \frac{64}{4} + \frac{1}{4} = 16 + 0,25$$

Continua

Figura 5. Quiz n.3 - Feedback Risposta corretta.

pop-up con la definizione del termine e alcuni link su cui eventualmente approfondire il concetto in considerazione. Questa possibilità è pensata per valorizzare il ruolo, spesso ignorato dagli studenti, della definizione in matematica e per stimolare un processo di riflessione metacognitiva sulla propria conoscenza delle definizioni degli oggetti matematici in gioco. Dando la risposta corretta al quiz si viene indirizzati ad una schermata (Figura 5) in cui è spiegato il perché della correttezza della risposta in modo da valorizzare il ruolo del processo e andare oltre la scelta dell'alternativa giusta; in seguito si viene re-indirizzati alla schermata di figura 3.

Nel caso delle risposte sbagliate il feedback varia a seconda dei presunti processi distinti che possono aver portato a scegliere quella alternativa piuttosto che un'altra.

Consideriamo il caso - molto frequente<sup>6</sup> - della risposta 15,60 euro: si può supporre che tale risposta derivi dall'errore di calcolare il 20% sul prezzo finale. Il feedback che si ottiene è il seguente: «Hai trovato uno sconto di 2,60 euro che è il 20% di 13 euro. Ma lo sconto del 20% è stato fatto sul prezzo iniziale  $x$  che dobbiamo calcolare e non sul prezzo finale (che è appunto 13 euro)» e in seguito si viene re-indirizzati alla schermata in figura 6:

Innanzitutto osserviamo che una delle tre risposte può essere scartata senza bisogno di fare conti: dovendo trovare un prezzo  $x$  prima di uno sconto, tale prezzo sarà maggiore del prezzo finale e perciò la risposta 10,40 euro è sicuramente errata.

A parte l'osservazione sopra per rispondere al quesito è importante leggere bene il testo: 13 euro è il prezzo finale dopo uno sconto del 20% sul prezzo iniziale  $x$  da trovare.

**Nota:** Togliendo il 20% da un prezzo iniziale, supponiamo 10 euro, si ottiene 8 euro. Se si somma ad 8 euro il 20% di 8 euro (ovvero 1,60 euro) non si ritrova 10 euro ma 9,60 euro. Quindi non è corretto rispondere al quesito sommando a 13 euro il 20% di 13 euro.

A questo punto:

Voglio vedere la soluzione.

Penso di aver capito il suggerimento e ora di saper rispondere al quesito.

Ho capito il suggerimento ma non riesco comunque a capire come procedere, vorrei un altro aiuto prima di rispondere.

Scegli una risposta.

Figura 6. Quiz n.3 - Feedback a risposta '15.60 euro'.

Questo schema è tipico di tutte le domande interattive: a questo punto l'utente può scegliere di riprovare il quiz, di rinunciare e vedere la soluzione, o di avere ulteriori aiuti per cercare di arrivare da solo alla soluzione. In questo modo si intende innescare un processo di riflessione metacognitiva sulle proprie conoscenze, che può portare alla valutazione della possibilità di poter arrivare alla risposta al quesito da soli, eventualmente colmando alcune carenze relative alle conoscenze in gioco. Tutto il percorso pone lo studente in condizione di scegliere "cosa fare" al fine di favorire l'assunzione della responsabilità dell'apprendimento da parte di chi apprende.

<sup>6</sup> Un aspetto importante della piattaforma è quello di creare un database dello storico delle risposte date dagli utenti ai quiz. Analizzando questi dati è possibile impostare un lavoro ancor più mirato sulle difficoltà più comuni rispetto a determinati quesiti.

Se nel testo è presente un termine inserito nel glossario, questo risulterà evidenziato in blu, e, in tal caso, un click del mouse aprirà una finestra

## CONCLUSIONI

Il progetto che abbiamo presentato non è ancora concluso, o meglio, non è ancora completato in alcune parti. D'altra parte ci sembra abbia poco senso parlare di "conclusione" per un percorso che si presenta per sua natura aperto e che può, in particolare, essere arricchito continuamente. Un momento importante, che è iniziato all'interno di un laboratorio del Piano Nazionale Lauree Scientifiche 2010-12, riguarda la sperimentazione del percorso con studenti di alcuni istituti superiori del territorio, in collaborazione stretta con i loro docenti. Tale sperimentazione permetterà, attraverso il tracciamento degli allievi, di riconoscere le domande risultate più difficili e soprattutto definire i percorsi scelti con maggiore frequenza. Da un lato questo potrà dare suggerimenti per articolare gli attuali feedback previsti in modo più mirato, dall'altro suggerirà anche le opzioni più significative da inserire per nuove domande. La sperimentazione dei vari test e del percorso permetterà di indivi-

duare le aree in cui intervenire più incisivamente con ulteriori quiz interattivi per riconoscere ed affrontare gli errori e le concezioni errate rivelatesi più frequenti, e, dunque, indirizzerà la produzione (prevista) di mini-video focalizzati sul processo di risoluzione di alcuni quesiti *prototipali*. Tali mini-video intendono fornire dei possibili esempi di "buone pratiche" risolutive per alcune classi di problemi.

Come detto, i dati della sperimentazione mostreranno quali percorsi sono stati scelti da chi ha avuto determinate difficoltà e, essendo possibile monitorare le risposte ai quiz nel tempo, darà anche una indicazione sull'efficacia del lavoro svolto dallo studente.

Per concludere, un ulteriore aggiornamento previsto dell'ELTP è l'inserimento di sezioni dedicate alla competenze trasversali tipiche del fare matematica, che ora sono presenti in modo implicito nei vari argomenti, con aree espressamente dedicate al "definire" e al "dimostrare".

## BIBLIOGRAFIA

- Accascina G., Berneschi P., Boronori S., De Vita M., Della Rocca G., Olivieri G., Parodi G.P., Rohr F. (1998). *La strage degli innocenti. Problemi di raccordo in matematica tra scuola e università*. Paderno del Grappa, Treviso: Centro di Ricerche Didattiche "Ugo Morin", Giovanni Battagin Editore.
- Anzellotti G. (2002). La transizione dalla Scuola all'Università. Strumenti e modalità per l'autovalutazione e la verifica delle conoscenze matematiche. *Nuova Secondaria*, 2002 (maggio).
- De Guzmán M., Hodgson B., Robert A., Villani V. (1998). Difficulties in the passage from secondary to tertiary education. In G. Fischer, U. Rehmann (eds.). *Proceedings of the ICM International Congress of Mathematicians* (Berlino, 18-27 agosto 1998) *Documenta Mathematica, extra volume ICM 98*, III, pp.747-762.
- Di Martino P., Maracci P. (2007). Il problema del raccordo Scuola Superiore – Università. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 30B (5), pp.521-554.
- Di Martino P., Maracci P. (2009). The secondary-tertiary transition: beyond the purely cognitive. In M. Tzezaki, M. Kaldrimidou, H. Sakonidis (eds.). *Proceedings of the XXXIII Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Salonico, Grecia, 19-24 luglio 2009), II, pp. 401-408.
- Di Martino P., Zan R. (2010). Me and maths: towards a definition of attitude grounded on students' narratives. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13 (1), pp. 27-48.
- Ferrari P.L. (2005) *Matematica e linguaggio. Quadro teorico e idee per la didattica*. Bologna: Pitagora Editrice.
- Garofalo J., Kroll D., Lester F.K. (1987). Metacognition and mathematical problem solving: preliminary research findings. In J.C. Bergeron, N. Herscovics, C. Kieran (eds.). *Proceedings of the XI Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Montreal, Canada, 19-25 luglio 1987), II, pp. 222-228.
- Gueudet G. (2008). Investigating the secondary-tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics*, 67, pp. 237-254.
- Schoenfeld A.H. (1987). What's all the fuss about metacognition? In A.H. Schoenfeld (ed.). *Cognitive Science and Mathematics Education*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, pp. 189-215.
- Tall D. (ed.) (1991). *Advanced mathematical thinking*. Dordrecht: Kluwer.
- Zan R. (1996). Un intervento metacognitivo di recupero a livello universitario. *La matematica e la sua didattica*, 1, pp. 65-89.
- Zan R. (1997). Mortalità universitaria, mortalità matematica. *Tracciati*, 2, <http://www.graffinrete.it/tracciati/storico/tracciati2/mort.htm> (ultima consultazione agosto 2011).