

# Didattica della matematica e ICT

## *Artefatti digitali di tipo didattico vs artefatti digitali di tipo professionale*

■ **Giampaolo Chiappini**, CNR - Istituto Tecnologie Didattiche  
[chiappini@itd.cnr.it](mailto:chiappini@itd.cnr.it)

### INTRODUZIONE

Negli ultimi 25 anni un numero sempre più vasto e crescente di ricerche ha studiato il ruolo di vari artefatti digitali nel processo di insegnamento/apprendimento della matematica.

Queste ricerche si basano sulla sperimentazione in contesto di artefatti per l'attività matematica, sull'osservazione dei comportamenti degli studenti nello svolgimento delle attività mediate da tali artefatti e sull'inquadramento dei risultati osservati sul piano epistemologico, cognitivo e didattico.

Gli artefatti considerati nelle sperimentazioni effettuate sono sia artefatti appositamente realizzati per scopi didattici (software di geometria dinamica come Cabri o Sketchpad, software specifici per l'apprendimento dell'algebra come Aplusix) sia artefatti inizialmente progettati per scopi professionali e successivamente usati anche in ambito didattico (Computer Algebra Systems - CAS, spreadsheet, software statistici...).

Osserviamo che entrambe le tipologie di artefatti considerati incorporano funzioni per l'attività matematica ma si differenziano per il fatto che nella prima tipologia tali funzioni sono state progettate avendo in mente il raggiungimento di obiettivi e la soluzione di problemi di natura didattica mentre nella seconda tipologia tali funzioni sono state progettate per rispondere a criteri di efficienza, efficacia e economia di pensiero nella soluzione di problematiche di tipo professionale.

La teoria ergonomica di Rabardel, ed in particolare la distinzione da lui effettuata tra

funzioni costituenti e funzioni costituite di un artefatto (quelle incorporate nel sistema all'atto della sua progettazione vs quelle riconosciute in un sistema attraverso il suo uso in diversi contesti), permette di giustificare e comprendere i meccanismi di fondo che portano un artefatto, costruito per uno scopo, a poter essere utilizzato per scopi diversi da quelli previsti dal progettista [Rabardel, 2007].

Gli artefatti digitali per le attività matematiche professionali e quelli per le attività matematiche orientate all'insegnamento presentano caratteristiche diverse che incidono sul modo in cui essi possono essere usati nel contesto scolastico.

In questo lavoro verrà realizzato un confronto tra queste due tipologie di artefatti e verrà analizzato il loro possibile uso nel contesto scolastico. Questa analisi può servire ad inquadrare le difficoltà che si registrano nell'integrare l'uso di queste tecnologie nella pratica didattica.

### I SOFTWARE PER L'ATTIVITÀ MATEMATICA PROFESSIONALE

In ogni attività matematica è sempre coinvolto l'uso di una qualche tecnica matematica (tecnica di calcolo simbolico, di costruzione geometrica, di dimostrazione...).

Negli ultimi 20 anni il mercato ha reso disponibile vari pacchetti software per applicazioni professionali che consentono di realizzare tecniche matematiche o geometriche in modo automatico.

I principali sistemi software professionali a cui facciamo riferimento in questo lavoro sono i Computer Algebra System come Ma-

tematica o Maple, largamente utilizzati nell'attività matematica professionale, e anche Derive che ha avuto nel tempo un'evoluzione, soprattutto a livello di interfaccia, per conquistare spazi di mercato anche in campo educativo. Matematici, ingegneri, manager usano questi sistemi nella loro pratica lavorativa in quanto consentono loro di svolgere l'attività matematica con efficacia, efficienza, economia di tempo e di pensiero.

Notiamo che questi artefatti svolgono principalmente un ruolo di amplificatore cognitivo nello sviluppo dell'attività matematica. Essi infatti incorporano potenti funzioni di calcolo derivanti dagli studi di computer algebra che dispensano l'utente dalla necessità di realizzare tecniche e procedure matematiche con le proprie mani, nello svolgimento di attività matematiche.

Le funzioni di questi sistemi instrumentano tecniche e procedure matematiche e possono essere usate come delle scatole nere fornendo un risultato (computazionale, grafico, ...) quando applicate in modo pertinente e corretto. Il risultato è elaborato internamente alla macchina in base a complessi algoritmi incorporati nel software, normalmente non accessibili all'utente.

In generale l'uso di queste funzioni per affrontare e risolvere un compito matematico richiede, oltre ad una buona padronanza del dominio di conoscenza in cui si colloca il compito e delle tecniche matematiche necessarie per affrontarlo, anche una discreta esperienza del sistema in uso. Artigue osserva che i matematici e gli ingegneri sanno bene che questi nuovi strumenti estremamente sofisticati non sono di facile utilizzo per l'utente; tuttavia essi sono disposti a spendere tempo per imparare ad usarli in modo efficiente [Artigue, 2002].

Le trasformazioni del lavoro e dell'attività matematica dovute alla diffusione di questi sistemi stanno ponendo con sempre più forza la necessità di una ridefinizione degli obiettivi della formazione matematica e di un adeguamento dei curricula scolastici. Nel passato, cioè prima dell'avvento di questi sistemi, la matematica che era insegnata agli studenti era una matematica fatta soprattutto di tecniche e di calcoli.

Oggi la formazione matematica non può più limitarsi allo sviluppo di tecniche e procedure ormai incorporate nelle macchine. L'obiettivo educativo dello sviluppo di tecniche matematiche, tipico della tradizione scolastica, deve accompagnarsi allo sviluppo di competenze più sofisticate e articolate, di controllo e di inquadramento teorico

delle funzioni disponibili con questi sistemi e dei risultati che il loro uso permette di ottenere.

Tutto ciò pone una grande sfida al sistema di istruzione sul piano del rinnovamento del curriculum di matematica e della pratica didattica ordinaria.

### IMPATTO DEI SOFTWARE PROFESSIONALI SULL'ISTITUZIONE SCOLASTICA

Si è detto che i CAS non sono stati progettati per perseguire obiettivi didattici o per mediare lo sviluppo di nuove strategie di insegnamento della matematica; motivazioni, scopi e scenari d'uso di tipo educativo non hanno contribuito a orientare la loro progettazione e realizzazione. Al contrario, questi sistemi sono stati progettati avendo come riferimento dei professionisti esperti in matematica (o professionisti in via di formazione a livello universitario), cioè utenti con una buona conoscenza del dominio matematico in cui si colloca il compito da affrontare con l'uso del sistema.

Nonostante ciò, a posteriori, alcune caratteristiche di questi sistemi sono state valutate interessanti sotto il profilo didattico e sono state sfruttate per perseguire determinati obiettivi di apprendimento matematico, a livello di scuola secondaria di secondo grado.

Osserviamo che le strategie didattiche riguardanti l'uso di questi sistemi per scopi educativi prevedono, in generale, una doppia attività per gli studenti: una attività con carta e penna basata sullo sviluppo manuale di tecniche matematiche da parte dello studente e una attività mediata dalle tecniche matematiche instrumentate nel software [Kieran e Drijvers, 2006]. L'attività matematica con carta e penna serve, innanzitutto, a costruire i prerequisiti necessari anche per accedere alle funzioni che caratterizzano questi sistemi. Il doppio livello dell'attività matematica serve, inoltre, a realizzare un confronto tra la tecnica matematica usata nella soluzione con carta e penna e quelle mobilitate attraverso l'uso di questi sistemi. A tale riguardo Artigue ha osservato che lo sfruttamento delle funzioni disponibili con questi sistemi può portare ad una esplosione delle tecniche che possono essere usate nella soluzione di un compito [Artigue, 2002]. Varie sperimentazioni realizzate in questi anni hanno mostrato che l'uso intelligente di queste potenzialità operative nel contesto scolastico può mediare lo sviluppo della capacità di usare (anche in modo inte-

grato) tecniche differenti nella soluzione di un compito e di esercitare un controllo su ciascuna di esse. Ciò può favorire una migliore concettualizzazione in campo matematico, soprattutto se l'insegnante, nello sviluppo dell'attività, attua una didattica basata sul confronto e sulla giustificazione delle tecniche matematiche coinvolte<sup>1</sup>.

Accanto a queste potenzialità formative, le sperimentazioni compiute hanno evidenziato varie difficoltà sul piano della gestione didattica in classe di questi sistemi. Le difficoltà sono dovute principalmente ad aspetti di natura sia tecnologica che istituzionale e pedagogica, strettamente interconnessi gli uni agli altri.

Le difficoltà di natura tecnologica dipendono principalmente dalla complessità di questi sistemi e dal fatto che, da una parte, le tecniche matematiche in essi instrumentate possono essere di scarsa accessibilità per un utente poco esperto e, dall'altra, i risultati prodotti da tali tecniche possono essere di difficile interpretazione.

Inoltre, varie sperimentazioni condotte in modo sistematico soprattutto in Francia hanno mostrato che una reale integrazione di questi sistemi nella pratica didattica richiede una trasformazione dei vincoli, delle norme e dei valori che caratterizzano il quadro istituzionale e pedagogico scolastico oltre che insegnanti preparati e formati per gestire queste trasformazioni.

Analizziamo più in dettaglio queste difficoltà.

Osserviamo che un alto numero di insegnanti di matematica della scuola superiore non ha alcuna esperienza d'uso di questi sistemi e necessitano pertanto di percorsi di formazione mirati. Inoltre, per sviluppare attività didattica con questi strumenti occorre che anche gli studenti sviluppino una certa familiarità con il sistema e ciò richiede tempo che l'insegnante, in generale, può essere disposto a investire solo se ha una profonda convinzione del valore formativo di questi strumenti, valore che difficilmente si evidenzia attraverso la realizzazione di una qualche esperienza didattica isolata o episodica.

L'integrazione di questi artefatti nella pratica didattica richiede quindi un uso piuttosto sistematico e comporta la necessità di modificare profondamente le pratiche didattiche e i compiti per gli studenti. Infatti senza modifiche nella pratica didattica, la soluzione attraverso questi artefatti della maggioranza dei compiti riportati sui manuali scolastici di algebra risulta banale, e ciò vanifi-

ca anche il raggiungimento degli obiettivi didattici assegnati ad essi dalla tradizione scolastica. I cambiamenti nella pratica didattica comportano una modifica degli obiettivi didattici e delle competenze da sviluppare negli studenti.

Osserviamo però che i vincoli che caratterizzano il sistema didattico non aiutano gli insegnanti ad intraprendere questa prospettiva di cambiamento. Basti pensare solo al fatto che gli insegnanti, eventualmente disposti a compiere esperienze significative di innovazione didattica coerenti con il quadro delineato, sanno che i propri studenti, all'esame finale di maturità saranno valutati su prove di tipo tradizionale e senza la possibilità di fare uso di questi strumenti in sede di esame.

Complessivamente le ricerche condotte mostrano che l'uso di sistemi professionali per l'attività matematica può costituire un importante elemento di innovazione didattica nell'insegnamento della matematica, a condizione che tale uso sia accompagnato da un cambiamento significativo della cultura didattica, e cioè dai vincoli, dalle norme e dai valori che caratterizzano il quadro istituzionale e pedagogico del sistema scolastico. Tale cambiamento costituisce pertanto una condizione indispensabile affinché le pratiche di insegnamento e le attività matematiche orientate all'apprendimento possano essere positivamente contaminate dalle pratiche sociali e culturali d'uso di questi strumenti.

## I SOFTWARE PER L'ATTIVITÀ MATEMATICA DI INSEGNAMENTO

Diversamente dai sistemi professionali, quelli per l'attività matematica di insegnamento (software didattici) sono realizzati presupponendo che gli utenti, cioè gli studenti, non possiedano una buona conoscenza del dominio matematico in cui si colloca il compito da affrontare. Anzi, essi vengono realizzati proprio per favorire l'acquisizione di una buona conoscenza di tale dominio.

Le funzioni incorporate in questi sistemi, motivate da ragioni epistemologiche, cognitive e didattiche, sono, in generale, piuttosto trasparenti anche per un utente poco esperto e non richiedono periodi lunghi di addestramento.

Nel tempo, i software didattici per l'apprendimento della matematica hanno avuto una profonda evoluzione.

Inizialmente questi software sono stati progettati per essere usati nell'ambito del curri-

<sup>1</sup> Il confronto di tecniche può riguardare il confronto tra tecnica con carta e penna e una o più tecniche instrumentate oppure il confronto tra le differenti tecniche instrumentate che possono essere mobilitate con la mediazione dell'artefatto. La giustificazione della tecnica può riguardare la relazione tra tecnica e risultato che permette di ottenere, l'individuazione del suo campo di applicazione, il suo inquadramento nell'ambito di una teoria.

culum di matematica esistente, per favorire l'apprendimento e/o per affrontare e risolvere problemi di insegnamento relativi allo sviluppo di abilità di tipo tecnico procedurale dovuti a problematiche sociali di tipo generale. Per esempio, i sistemi definiti come Drill & Practice sono sistemi in grado di integrarsi abbastanza facilmente nel curriculum di matematica; inizialmente sono stati usati con l'obiettivo di migliorare il processo di apprendimento di alunni con qualche difficoltà. Questi sistemi propongono generalmente batterie di esercizi (chiusi o aperti) per l'appropriazione di una tecnica. Lo studente risolve questi esercizi interagendo con il sistema e ricevendo da esso feedback in termini di correzione, spiegazione o rinforzo. I contenuti di riferimento di questi sistemi (qualche procedura o tecnica matematica) e la loro metodologia d'uso (tentativi ed errori) è compatibile con la cultura didattica della tradizione scolastica.

Oggi, molti di questi sistemi, molto più articolati e complessi che nel passato, sono progettati per favorire lo sviluppo di differenti competenze matematiche a vari livelli scolastici con tutti gli alunni e non solo con quelli che presentano qualche difficoltà.

Si consideri per esempio il sistema Aplusix, un sistema realizzato per mediare lo sviluppo del calcolo aritmetico e algebrico con gli studenti. Interagendo con un editore algebrico bidimensionale lo studente può inserire in uno spazio di lavoro un'espressione aritmetica o algebrica. Può quindi trasformarla algebricamente ottenendo dal sistema un feedback dinamico sulla correttezza dei vari passi risolutivi e della soluzione finale. L'uso di questo sistema per sviluppare competenze tecniche nella trasformazione di espressioni si è dimostrato utile non solo con studenti con difficoltà ma con tutti gli studenti.

Con la diffusione di idee costruttiviste, oltre ai sistemi Drill & Practice, una nuova tipologia di sistemi per l'apprendimento matematico, definiti sistemi basati su *micromondi*, ha cominciato ad essere sviluppata.

I sistemi basati su micromondi sono sistemi progettati per consentire agli studenti di esplorare il dominio di conoscenza matematico che è stato modellato e incorporato nel sistema. L'esplorazione di tale dominio si attua attraverso la manipolazione diretta di oggetti computazionali disponibili con l'interfaccia. Attraverso le azioni compiute dall'utente con tali oggetti e la conseguente retroazione del sistema, effetti di tipo computazionale oppure di tipo grafico ven-

gono visualizzati sullo schermo. Questi effetti sono indice di un qualche fenomeno matematico del dominio di conoscenza di riferimento per il micromondo, fenomeno che può essere riconosciuto come tale dallo studente sfruttando la propria esperienza percettiva e motoria e essere usato per realizzare la soluzione del compito proposto.

Consideriamo, per esempio, il micromondo dei sistemi di geometria dinamica.

Con lo sviluppo dei sistemi di geometria dinamica è stata resa disponibile una nuova opportunità di manipolazione diretta, cioè la possibilità di trascinare con il mouse sullo schermo gli elementi variabili di una costruzione geometrica. Osserviamo che questa funzione di trascinamento è innanzitutto un utile strumento per validare il processo costruttivo attuato e, eventualmente, per modificarlo. Contemporaneamente il movimento prodotto dall'azione di trascinamento è un modo per esternalizzare l'insieme delle relazioni che definiscono una figura geometrica e, in particolare, per osservare le proprietà che si conservano quando l'intera costruzione geometrica viene modificata attraverso il trascinamento di qualche suo punto variabile. Grazie allo sfruttamento della tecnologia digitale, il micromondo di geometria euclidea mediato da questi sistemi è caratterizzato da una nuova dimensione operativa e rappresentativa, il movimento che, se opportunamente sfruttato nella pratica didattica, può assumere una grande importanza sia sul piano epistemologico sia su quello cognitivo. L'introduzione della dimensione operativa e rappresentativa del movimento nel corpo della geometria euclidea permette allo studente di interagire con il sistema, cioè eseguire azioni e ricevere feedback, che reificano in una rappresentazione esterna dinamicamente atualizzata dal computer proprietà di figure geometriche, nonché relazioni e processi che le caratterizzano, per loro natura astratti, rendendoli ostensivi. È stato messo in evidenza che ciò può consentire lo sviluppo di un processo di astrazione in situazione [Hoyles, 1993]. Per esempio l'uso di un sistema di geometria dinamica può favorire lo sviluppo della capacità di giustificare la costruzione geometrica realizzata attraverso enunciati che possono portare a strutturare le azioni compiute nel micromondo (e gli effetti da esse prodotte) in un quadro descrittivo che gradualmente si carica di valenza argomentativa e dimostrativa.

## IMPATTO DEI SOFTWARE DIDATTICI SULL'ISTITUZIONE SCOLASTICA

Rispetto ai software professionali per l'attività matematica, i software didattici per l'apprendimento della matematica hanno una maggiore adattabilità al quadro istituzionale e pedagogico del sistema scolastico. Inoltre essi sono caratterizzati da una maggiore trasparenza sul piano operativo e da una maggiore facilità d'uso e ciò li ha resi adatti ad un loro utilizzo anche a livelli scolastici della scuola dell'obbligo. Ciò vale sia per sistemi di tipo esercitativi (Drill & Practice) sia per sistemi basati su micromondi. Se si analizza il modo in cui questi sistemi sono introdotti nella pratica didattica si possono individuare strategie d'uso profondamente diverse.

Normalmente i software esercitativi vengono usati per rinforzare lo sviluppo di certe tecniche matematiche; la strategia d'uso è per tentativi ed errori, centrata sul feedback fornito dal sistema all'azione dello studente. Tuttavia in letteratura possiamo trovare esempi d'uso di questi sistemi piuttosto difforni da quello qui descritto. Per esempio, in una sperimentazione realizzata in Italia, il sistema Aplusix è stato usato per favorire la costruzione di strategie di problem solving, secondo un approccio di tipo socio-costruttivista, centrato sul lavoro in gruppi e sull'esplicitazione delle azioni compiute [Cerulli, Pedemonte e Robotti, 2007]. Si tratta di un approccio diverso da quello puramente esercitativo che caratterizza il suo normale uso soprattutto in Francia.

Al contrario, è possibile usare un artefatto digitale che rende disponibili innovative funzioni operative e rappresentative, per esempio un sistema basato su micromondi, in modo assolutamente compatibile con il quadro istituzionale e pedagogico del sistema scolastico, ancora centrato sulla trasmissione di contenuti e conoscenza. Per esempio alcuni insegnanti sfruttano le caratteristiche dei micromondi di geometria dinamica nelle loro spiegazioni per meglio visualizzare fenomeni geometrici contemplati nel curriculum e favorire in questo modo la trasmissione dei contenuti che intendono insegnare.

Ovviamente lo stesso sistema può, però, anche essere usato con approcci e finalità educative profondamente diversi.

Per esempio, il sistema può essere fatto utilizzare agli studenti sulla base di schede di lavoro progettate dall'insegnante che richiedono la realizzazione di una qualche

costruzione geometrica, l'osservazione, la descrizione delle proprietà della figura geometrica che si conservano quando, attraverso il trascinarsi di qualche punto variabile, la costruzione geometrica viene trasformata e l'eventuale giustificazione del fenomeno osservato. Notiamo che attraverso attività di questo tipo molto spesso si perseguono obiettivi tradizionali del curriculum di matematica con un approccio didattico di tipo costruttivista, diverso da quello trasmissivo della tradizione scolastica.

Altri modi d'uso possono evidenziare anche rotture con il quadro istituzionale della tradizione scolastica. Per esempio il lavoro di ricerca realizzato da Mariotti ha mostrato che i software di geometria dinamica possono essere proficuamente usati per far comprendere agli studenti il significato e il valore della dimostrazione in geometria e per favorire la costruzione di competenze in questo campo [Mariotti, 1998]. Osserviamo che si tratta di competenze, contenuti e valori non previsti o solo parzialmente previsti nell'attuale ordinamento scolastico, soprattutto a livello di scuola media o di inizio di scuola superiore.

Il modo in cui il software didattico è usato in contesto costituisce quindi una variabile cruciale che caratterizza il ruolo che esso assume nel processo di insegnamento apprendimento e l'impatto che esso ha sull'istituzione scolastica e sulla sua cultura pedagogica e didattica.

## CONCLUSIONI

L'introduzione delle due tipologie di artefatti descritti in questo articolo nella pratica didattica di matematica è ancora piuttosto limitata. Il loro uso più significativo si registra a livello di scuola superiore di secondo grado. I software maggiormente usati a questo livello scolare sono quelli di geometria dinamica, il cui uso sta contribuendo a innovare e a rilanciare l'insegnamento della geometria, poco valorizzato negli ultimi decenni. Maggiori difficoltà si registrano invece nell'introduzione di software nelle pratiche didattiche in ambito algebrico, che è, invece, il dominio di conoscenza maggiormente coinvolto nell'insegnamento della matematica nella scuola superiore. Le ragioni di queste difficoltà emergono dall'analisi effettuata: carenza di artefatti didattici di natura non meramente esercitativa o tutoriale, cioè carenza di artefatti con caratteristiche dei sistemi basati su micromondi, espressamente progettati per il dominio algebrico; complessità nell'organizzare un

setting educativo in cui introdurre l'uso dei sistemi attualmente disponibili, compresi quelli di natura professionale.

Un reale processo di integrazione di artefatti digitali nella pratica didattica di matematica, con il fine di migliorare e adeguare l'offerta formativa alle nuove necessità della so-

cietà, potrà svilupparsi solo se gli insegnanti potranno riconoscere negli artefatti disponibili funzionalità che essi considerano da una parte utili per migliorare l'insegnamento e, dall'altra, facilmente adattabili al sistema di vincoli e di valori che caratterizza il sistema scolastico.

### riferimenti bibliografici

Artigue M. (2002), Learning Mathematics in a CAS Environment: The Genesis of a Reflection about Instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, vol. 7, n. 3.

Cerulli M., Pedemonte B., Robotti E., *TELMA Cross Experiment Guidelines*.

[http://telearn.noe-kaleidoscope.org/open-archive/browse?resource=661\\_v1&back=%2Fopen-archive%2Fbrowse%3Fbrowse%3Dauthor%252Fall%252F](http://telearn.noe-kaleidoscope.org/open-archive/browse?resource=661_v1&back=%2Fopen-archive%2Fbrowse%3Fbrowse%3Dauthor%252Fall%252Fpublication%26filter%3Dall%26param%3D143)

[publication%26filter%3Dall%26param%3D143](http://telearn.noe-kaleidoscope.org/open-archive/browse?resource=661_v1&back=%2Fopen-archive%2Fbrowse%3Fbrowse%3Dauthor%252Fall%252Fpublication%26filter%3Dall%26param%3D143)  
(consultazione del 03.10.2007)

Kieran C., Drijvers P. (2006), The co-emergence of machine techniques, paper-and-pencil techniques, and theoretical reflection: a study of CAS use in secondary school algebra, *International journal of computer for mathematical learning*, vol. 11, pp. 205-263.

Hoyles C. (1993), Microworlds /Schoolworlds: the transformation of an innovation, in Keitel C., Ruthven

K. (Eds.), *Learning from computer: mathematics education and technology*, Nato ASI Series F, 121, Springer Verlag, Berlin, pp. 1-17.

Mariotti M.A. (1998), Introduzione alla dimostrazione all'inizio della scuola secondaria superiore, *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate*, vol. 21B, n. 3, pp. 209-252.

Rabardel P., Gli strumenti dell'uomo: dal progetto all'uso.

<http://www.ergonomia.info/archivio/rabardel.html>  
(consultazione del 03.10.2007)