

Come il calcolo mentale di addizioni e sottrazioni a più cifre può diventare praticabile da studenti con difficoltà nell'apprendere il calcolo.

Helping students with difficulties learning arithmetic to perform multi-digit addition and subtraction mentally.

# GIMMEFIVE

GimmeFive

GimmeFive è una applicazione per iPad realizzata presso l'Istituto per le Tecnologie Didattiche del CNR nell'ambito di un progetto finanziato dal Fondo Sociale Europeo Regione Liguria 2007-2013 Asse IV, in collaborazione con la società DiDiMa srl.

Questa applicazione è stata progettata per consentire a tutti gli studenti, compresi quelli che evidenziano un basso livello di apprendimento in ambito aritmetico<sup>1</sup> (low-attaining students), di appropriarsi delle strategie coinvolte nel calcolo mentale di addizioni e sottrazioni a più cifre.

In questo articolo presentiamo l'idea didattica che ha ispirato la progettazione e lo sviluppo di GimmeFive, evidenziamo le principali caratteristiche di questa applicazione e, attraverso lo studio di un caso tratto da una sperimentazione compiuta, illustriamo come queste caratteristiche possano supportare lo sviluppo di competenze nel calcolo mentale di addizioni e sottrazioni a più cifre.

## L'IDEA DIDATTICA SOGGIACENTE ALLO SVILUPPO DI GIMMEFIVE

Il calcolo mentale presenta caratteristiche di esecuzione che lo rendono profondamente diverso dal calcolo scritto. Una persona esperta per svolgere un calcolo mentale generalmente opera sul valore del numero piuttosto che sulle cifre dei numeri coinvolti nel calcolo. Inoltre, seppur in modo implicito, la persona esperta mobilita principi matematici importanti, come le proprietà delle operazioni, con i quali elabora strategie per esprimere le quantità numeriche in gioco in termini di relazioni tra altri numeri e semplificare il calcolo. Infine, la persona esperta determina mentalmente l'intero processo di calcolo in modo creativo e flessibile, tenendo conto delle specifiche caratteristiche dei numeri coinvolti nel problema.

Giampaolo Chiappini, Giacomo Cozzani, Luca Bernava |  
Istituto per le Tecnologie Didattiche - CNR | Genova (IT)

✉ **Giacomo Cozzani** | Istituto per le Tecnologie Didattiche - CNR |  
via de Marini 6, 16149 Genova, IT | cozzani@itd.cnr.it

Questi aspetti rendono il calcolo mentale profondamente diverso dal calcolo scritto centrato, invece, sull'esecuzione degli algoritmi caratteristici delle operazioni aritmetiche.

La ricerca didattica ha indagato le strategie di tipo *derived fact*

(Carpenter & Moser, 1984) che sono coinvolte nel calcolo mentale di addizioni e sottrazioni a più cifre e ha identificato le tre tipologie di strategie riportate nella Tabella 1 (Blöte, Klein, & Beishuizen, 2000; Lucangeli, Tressoldi, Bendotti, Bonanomi, & Siegel, 2003).

Notiamo che le strategie di decomposizione sono strategie in cui i due numeri coinvolti nel calcolo sono visti principalmente come oggetti dotati di una struttura decimale, quindi decomposti in base a tale struttura (i.e., in centinaia, decine e unità), con il fine di sommare o sottrarre separatamente le varie parti della struttura per poi ricomporre nel risultato i calcoli parziali effettuati.

Le strategie sequenziali, invece, sono strategie nelle quali solo il secondo numero viene decomposto nella struttura decimale (i.e. centinaia, decine, unità) per far sì che queste parti possano essere sequenzialmente sommate o sottratte al primo numero.

Infine, le strategie di compensazione sono strategie in cui i due numeri coinvolti nel calcolo sono visti come oggetti che possono essere strutturati in modi diversi,

<sup>1</sup> Gli studenti a basso livello di apprendimento in aritmetica (low attaining students in arithmetic) sono un gruppo eterogeneo di studenti con QI nella norma che mostrano resistenza ad apprendere l'aritmetica con i tradizionali metodi di insegnamento e che nei test standardizzati tipicamente producono risultati che si collocano nella fascia medio bassa (compreso tra -1ds e -2ds) o al di sotto di essa (minore di -2ds).

Strategia di decomposizione	Strategia sequenziale	Strategia di compensazione
$34 + 27 =$ ; $30 + 20 = 50$ ; $4 + 7 = 11$ ; $50 + 11 = 61$	$34 + 27 =$ ; $34 + 20 = 54$ ; $54 + 7 = 61$	$34 + 27 =$ ; $34 + 30 = 64$ ; $64 - 3 = 61$
$67 - 23 =$ ; $60 - 20 = 40$ ; $7 - 3 = 4$ ; $40 + 4 = 44$	$67 - 23 =$ ; $67 - 20 = 47$ ; $47 - 3 = 44$	$67 - 23 =$ ; $70 - 20 - 3 = 44$

Tabella 1. Strategie per il calcolo mentale di addizioni e sottrazioni.

sfruttando specifiche proprietà aritmetiche, con il fine di giungere ad una forma rappresentativa del calcolo che renda la sua esecuzione molto più facile da essere eseguita mentalmente.

In generale, le competenze degli studenti nell'uso di queste strategie sono piuttosto carenti. Le cause dei modesti risultati nello sviluppo di queste strategie sono dovute principalmente al curriculum e alla tradizione scolastica (che sono centrati principalmente sull'insegnamento delle procedure del calcolo scritto), all'ineadeguatezza dei metodi didattici impiegati nel sostenere gli studenti nel loro sviluppo, oltre che alle caratteristiche di funzionamento cognitivo degli studenti.

Inoltre, la ricerca ha evidenziato che le strategie sequenziali, di decomposizione e di compensazione non vengono normalmente usate spontaneamente dagli studenti con basso rendimento in ambito aritmetico. Questi studenti tendono ad usare la strategia in cui si sentono più sicuri, e questa generalmente non coincide con quelle precedentemente descritte ma è basata sulla conta (spesso supportata dall'uso delle dita). Contrasta con queste osservazioni il fatto che la ricerca ha assegnato un alto valore formativo al calcolo mentale in quanto questa competenza si è dimostrata cruciale per il successo degli studenti in ambito matematico. L'intelligenza numerica, che è la capacità di capire e rappresentarsi il mondo in termini di numeri e quantità, ha molto a che vedere con il calcolo mentale e molto poco con il calcolo scritto (Lucangeli, Ianniti & Vetore, 2007). Inoltre, la capacità nel calcolo mentale è una competenza importante per l'autonomia di vita delle persone ed è cruciale per lo sviluppo di capacità nella soluzione di problemi aritmetici. Infatti, l'abilità di decomporre e comporre numeri per affrontare un problema di calcolo mentale fornisce euristiche per la costruzione di strategie risolutive di problemi più complessi.

Tuttavia, la ricerca didattica non ha ancora definito un metodo didattico efficace e condiviso per sviluppare le strategie di calcolo mentale con tutti i bambini, e in particolare con quelli a basso rendimento in ambito aritmetico. Per esempio, la ricerca non ha ancora chiarito se sia più efficace offrire agli studenti la possibilità di scoprire le strategie di calcolo mentale, sfruttando le loro conoscenze e abilità naturali o se, invece, sia più opportuno insegnare queste strategie e consentire loro di usare quelle in cui si sentono più sicuri (Varol & Faran, 2007).

Dietro la progettazione di GimmeFive vi è l'idea di usare la tecnologia dei tablet per praticare un approccio didattico che, in qualche misura, integra quelli centrati rispettivamente sulla scoperta e sull'insegnamento di strategie e che, al tempo stesso, è diverso da entrambi.

Si tratta di un approccio volto a creare le condizioni affinché gli studenti possano compiere un'esperienza didattica immersiva delle strategie che le perso-

ne esperte sono solite usare nel calcolo mentale di addizioni e sottrazioni a più cifre. L'espressione "esperienza didattica immersiva" è qui usata per indicare l'esperienza che si realizza in un ambiente che è strutturato sulla base di stimoli cognitivi e percettivi (*affordance*) che emergono operando in esso e che consentono allo studente di:

- riconoscere nella scansione degli eventi che emergono nell'interazione con l'ambiente l'attualizzazione concreta di strategie di calcolo che lo studente può proficuamente impiegare per risolvere addizioni e sottrazioni a più cifre mediante una computazione di tipo mentale;
- attribuire a tali strategie il significato e l'utilità che lo sviluppo culturale e la pratica sociale hanno assegnato ad esse;
- imparare ad usare tali strategie risolvendo un numero di compiti molto maggiore di quanto lo studente affronterebbe nella normale pratica didattica;
- interiorizzare tali strategie in tempi brevi.

GimmeFive è stato progettato per consentire agli studenti di usare i gesti tipici della tecnologia dei tablet (*touch e drag*) per attualizzare concretamente le strategie usate dagli esperti nel calcolo mentale di addizioni e sottrazioni a più cifre e per metterli nelle condizioni di poter fare esperienza di queste strategie risolvendo una quantità di compiti molto maggiore di quella praticata nella ordinaria attività didattica.

## DESCRIZIONE DI GIMMEFIVE

GimmeFive si compone di 8 ambienti riportati in Figura 1.

I primi 5 ambienti supportano lo sviluppo delle competenze che costituiscono un prerequisito per lo sviluppo del calcolo mentale di addizioni e sottrazioni a più cifre. Gli ultimi tre ambienti sono volti a supportare lo sviluppo delle tre strategie, sequenziale, di decomposizione e di compensazione, che possono essere coinvolte nei calcoli mentali di addizioni e sottrazioni<sup>2</sup>.

Nel seguito, attraverso due esempi d'uso dell'applicazione, mostreremo come le particolari caratteristiche di interazione di GimmeFive possano facilitare lo sviluppo di un'esperienza immersiva delle strategie di calcolo mentale di addizioni e sottrazioni.



Figura 1. Gli ambienti di GimmeFive.

<sup>2</sup> Una descrizione dettagliata degli ambienti, di cui GimmeFive si compone, è riportata all'indirizzo <http://www.alnuset.com/it/gimmefive>, dove si possono visionare anche filmati relativi al funzionamento di questa applicazione.

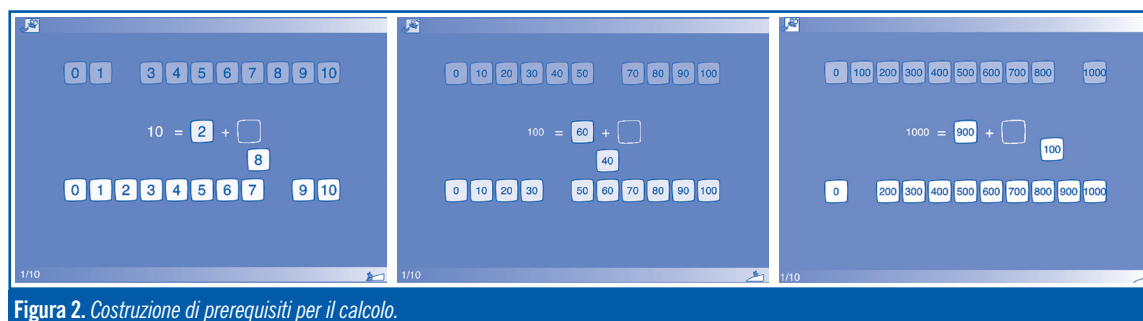


Figura 2. Costruzione di prerequisiti per il calcolo.

Il primo esempio riguarda lo sviluppo dei prerequisiti necessari per poter successivamente apprendere le strategie sequenziali, di decomposizione e di compensazione del calcolo mentale di addizioni e sottrazioni. Occorre innanzitutto chiarire che i prerequisiti per lo sviluppo di strategie di calcolo mentale di addizioni e sottrazioni riguardano la capacità di:

- gestire le relazioni additive tra numeri con risultato minore o uguale a 10;
- decomporre numeri entro il 10 usando come base della decomposizione il numero 5 per determinare il risultato di addizioni ad una cifra con risultato compreso tra 11 e 18
- gestire relazioni additive tra decine, tra centinaia, etc.

I primi 5 ambienti di GimmeFive rendono disponibili vari tipi di supporti visuale per lo sviluppo di queste competenze.

L'esempio riportato in Figura 2 fa riferimento ad un ambiente di GimmeFive.

La prima immagine di Figura 2 riporta il compito proposto agli alunni. Si tratta di un compito di complemento a 10 volto a sviluppare competenze nella gestione delle relazioni conosciute come "gli amici del 10". Per risolvere il compito lo studente deve trascinare il numero che realizza il complemento a 10 dalla retta dei numeri collocata in basso. Notiamo che il modo in cui i compiti vengono proposti supporta l'individuazione delle relazioni numeriche che determinano il corretto risultato in base ad una relazione di simmetria tra la posizione dei due addendi sulle due rette dei numeri. Inoltre, l'interazione con l'applicazione è stata progettata per consentire al bambino di compiere solo esperienze positive (non è possibile far entrare un valore errato nella casella del risultato). Queste due caratteristiche consentono ai bambini di esplorare le relazioni numeriche che determinano il complemento a 10 attraverso un approccio basato sull'osservazione ed, eventualmente, sui tentativi compiuti dallo studente.

Lo stesso ambiente, attraverso una scelta dell'utente volta a ottenere compiti di maggiore difficoltà, si struttura come nella seconda e terza immagine di Fig. 2. Queste immagini mostrano che per risolvere compiti di complemento a 100 di decine e di complemento a 1000 di centinaia lo studente può usare come riferimento la stessa struttura del complemento a 10. Questo modo di presentare i compiti aiuta lo studente a

prendere coscienza del fatto che una stessa struttura è sottostante alla soluzione di queste tipologie di compiti e che questa struttura è alla base del funzionamento del sistema di numerazione decimale posizionale. Queste acquisizioni possono supportare lo studente nel riconoscere, memorizzare e interiorizzare le relazioni numeriche all'interno di ciascun ordine di grandezza dei numeri. La padronanza di queste relazioni è un prerequisito importante per poter successivamente fare esperienza delle strategie di calcolo mentale.

Il secondo esempio riguarda il modo in cui gli ultimi tre ambienti di GimmeFive sono strutturati per consentire allo studente di fare un'esperienza immersiva delle strategie sequenziali, di decomposizione e di compensazione usate dagli esperti nel calcolo mentale di addizioni e sottrazioni.

La prima immagine della Fig.3 mostra come il compito appare sul display di GimmeFive.

Il touch sul primo addendo (35) e poi sul secondo addendo (64) produce il risultato riportato nella seconda immagine. La decomposizione in parti dei due addendi, tipica della strategia di decomposizione prodotta mentalmente da un esperto, è incorporata nel gesto del touch che l'alunno può inizialmente attivare attraverso un approccio esplorativo.

Effettuata la decomposizione, il drag applicato sul numero 60 produce l'effetto riportato nella terza immagine. Questo processo reifica quanto la persona esperta compie mentalmente dopo la decomposizione dei due addendi per sommare separatamente le varie parti della struttura, per poi riassembalarle nel risultato. Per comprendere come si esegua la somma delle parti consideriamo la quarta immagine: il touch sul primo operando del quarto passaggio determina la selezione del calcolo da compiere e predispone l'interfaccia per poterlo eseguire. Mediante una barra a scorrimento dei numeri lo studente può selezionare il risultato del calcolo (il numero 90 nell'immagine) e trascinarlo nella cella preposta ad accoglierlo. Questa procedura viene

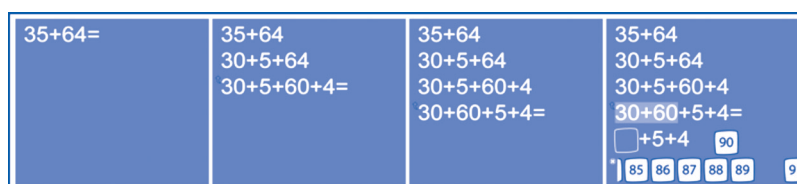


Figura 3. Esempio di esperienza di calcolo mentale con GimmeFive.

applicata sia per svolgere i vari calcoli parziali che per trovare il risultato finale del calcolo. Quanto descritto fa riferimento alla strategia di decomposizione 1010. Osserviamo però che tutte le strategie di calcolo mentale di addizione e sottrazione a più cifre descritte nella precedente sezione possono essere reificate nel funzionamento della applicazione e quindi essere concretamente attualizzate nello svolgimento di questi calcoli.

### UN CASO DI STUDIO

Per comprendere il tipo di mediazione che l'uso di GimmeFive è in grado di fornire per lo sviluppo di competenze nel calcolo mentale di addizioni e sottrazioni, riportiamo di seguito un'analisi tratta dalle osservazioni e dai rilevamenti effettuati sul comportamento di una alunna durante una sperimentazione di questa applicazione presso il Centro Leonardo di Genova, un centro che segue bambini con disturbi o difficoltà di apprendimento.

Paola frequenta la quarta classe della scuola primaria e all'inizio della sperimentazione presentava notevoli difficoltà nell'apprendimento dei numeri e del calcolo. Per questo era seguita presso il Centro Leonardo. Paola aveva molta confusione in ambito aritmetico, per esempio non era in grado di usare correttamente lo 0, sbagliava nella gestione degli ordini di grandezza dei numeri, commetteva errori nei calcoli. Per eseguire questi ultimi si affidava unicamente al conteggio con le dita. Paola ha partecipato alle attività della sperimentazione, durata circa tre mesi, con grande impegno. La sperimentazione ha previsto 12 incontri con il tutor nei quali ha operato in tutti gli ambienti di GimmeFive, eccetto l'ultimo.

Operando nelle prime due attività di GimmeFive, Paola compie molti errori nelle somme che coinvolgono lo 0. All'inizio procede in modo molto insicuro e ha bisogno di continue conferme. Nella terza attività, il modo in cui il compito è proposto mediante le due linee dei numeri aiuta molto la bambina a individuare le relazioni tra i numeri che determinano la risposta corretta. Nello svolgimento della terza e quarta attività Paola mostra problemi nella verbalizzazione corretta dei numeri,

nel risolvere compiti che coinvolgono lo 0 e nell'esecuzione dei calcoli, ed è aiutata dal tutor. A casa Paola continua a svolgere con costanza gli esercizi come previsto dal protocollo della sperimentazione. L'uso dell'applicazione riesce a tenere alta la motivazione e la compliance durante l'allenamento. A partire dal quinto incontro la prestazione della bambina comincia a migliorare sensibilmente. Esegue la quinta attività con una certa sicurezza compiendo un solo errore. Nel sesto

incontro con il tutor, Paola viene introdotta alla soluzione di addizioni mediante lo sviluppo di strategie basate sulla decomposizione degli addendi. Paola comincia a sfruttare GimmeFive per reificare strategie di complemento a 10 o centrate sulla decomposizione su base 5. Impiega circa 4' per svolgere correttamente 10 addizioni con risultato entro il 20 mediante queste strategie. Nel settimo incontro Paola inizia a svolgere addizioni a due cifre reificando la strategia di decomposizione e la strategia sequenziale sul display dell'ipad sotto la guida del tutor. Imparando queste strategie, Paola comincia a sentire i numeri molto più familiari perché riesce finalmente a far esperienza del fatto che esistono vari modi per operare con essi e a capire che questi modi non comportano un grande sforzo di memoria. Capire ciò le ha dato sicurezza. Nell'ottavo incontro Paola opera con addizioni a tre cifre mostrando buona capacità nell'applicare le strategie ma compiendo alcuni errori di calcolo. Il tutor aiuta Paola nella memorizzazione di risultati parziali quando essa ha cercato di ridurre i passaggi risolutivi con GimmeFive. Nel nono incontro Paola inizia l'attività di sottrazione. Paola mostra immediatamente di non avere alcuna difficoltà ad applicare la strategia di decomposizione e soprattutto la strategia sequenziale a questa operazione con la mediazione di GimmeFive. Molto presto comincia a svolgere mentalmente queste strategie e usa la reificazione con GimmeFive dei passaggi dei due tipi di strategie solo nei casi più complessi. La partecipazione di Paola alla sperimentazione termina con il dodicesimo incontro. Nelle ultime prove Paola svolge dieci addizioni e dieci sottrazioni a due cifre con GimmeFive senza praticamente reificare sul display alcun passo della strategia e senza compiere errori (o compiendone molto pochi) in 3'46" per l'addizione e 4'59" per la sottrazione.

Notiamo che i supporti di tipo visuale e le particolari caratteristiche dell'interazione disponibili nei primi 5 ambienti di GimmeFive hanno permesso a Paola di sviluppare in breve tempo (circa un mese e mezzo) la capacità di gestire le relazioni additive tra numeri con risultato minore o uguale a 10, nonché relazioni tra decine e tra centinaia e di decomporre numeri entro il 10 usando come base della decomposizione il numero 5 per determinare il risultato di addizioni entro il 20. Inoltre, notiamo che le particolari caratteristiche di visualizzazione e di interazione disponibili con il sesto e settimo ambiente di GimmeFive hanno consentito a Paola di fare una concreta esperienza immersiva delle strategie di calcolo mentale che le persone esperte usano nella soluzione di addizioni e sottrazioni a più cifre. La tecnologia dei tablet ha consentito di reificare queste strategie attraverso semplici gesti. Mediante il touch e il drag sui numeri che apparivano sul display, Paola ha potuto entrare in contatto con le strategie che gli esperti usano nel calcolo mentale e ha potuto fare esperienza di esse mobilitando le proprie capacità di tipo visuale, spaziale e motorie, nonché le competenze apprese nella fase di costruzione dei prerequisiti.

### BIBLIOGRAFIA

- Blöte, A.W., Klein, A.S., & Beishuizen, M. (2000). Mental computation and conceptual understanding. *Learning and Instruction, 10*, 221-247.
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grade one through three. *Journal for Research in Mathematics Education, 15*(3), 179-202.
- Lucangeli, D., Tressoldi, P. E., Bendotti, M., Bonanomi, M., & Siegel, L. S. (2003). Effective strategies for mental and written arithmetic calculation from the third to the fifth grade. *Educational Psychology, 23*(5), 507-520.
- Varol, F., & Farran, D.C. (2007). Elementary school students' mental computation strategies. *Early Childhood Education Journal, 35*(1), 89-94.